Inerciální a neinerciální soustavy

Veškeré pohyby hmotných bodů, soustav hmotných bodů i tuhých těles jsme dosud popisovali a zkoumali z hlediska nějaké inerciální soustavy. Vraťme se teď trochu na začátek a pojďme se podrobněji podívat, jak to s těmi inerciálními soustavami je – zda jich je víc[1], jestli je některá z nich „nejlepší“[2] a jak mezi nimi popis pohybu přepočítávat.

Podobně se podíváme na neinerciální soustavy. Při jejich popisu bude výhodné rozlišit případy, kdy vůči inerciálním systémům nerotují (příkladem může být systém spojený s autem, která se rozjíždí na rovné silnici) a na ty, které rotují (například kolotoč).

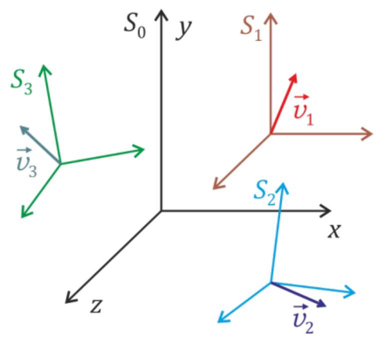
Ještě poznámka k použitému názvosloví. Pod termínem „soustava“ zde budeme myslet jak vztažnou soustavu, tak soustavu souřadnic.[3] Jako synonymum k termínu soustava se často používá název „systém“, takže můžeme mluvit i o inerciálních a neinerciálních systémech.

A ještě jednu poznámku k označení. Soustavy budeme většinou označovat symboly S a S'.[4] Souřadnice příslušné soustavě S budeme označovat symboly x, y, z, souřadnice příslušné soustavě S' pak samozřejmě symboly x', y', z', podobně tomu bude pro složky rychlosti. Velmi často ale budeme pro názornost mluvit třeba o „soustavě kolejí“ a „soustavě vlaku“, o „rychlosti vůči kolejím“, „rychlosti vůči vlaku“ apod.[5]

6.1 Inerciální soustavy

V kapitole 2 jsme inerciální soustavu definovali pomocí volných hmotných bodů:

> Vztažná soustava je inerciální,
> jestliže se vůči ní volné hmotné body pohybují rovnoměrně přímočaře.



První Newtonův zákon konstatuje, že inerciální soustava existuje. Tedy, že existuje alespoň jedna. V obrázku jsme takovou soustavu označili S_0. Je jen jedna, nebo jich je víc? (V obrázku jsou takové další inerciální soustavy označeny S_1, S_2 a S_3.)

Odpověď zní ano – dokonce je takových soustav nekonečně mnoho. (Zkuste si rozmyslet, proč je tomu tak, dřív než otočíte na další stránku.)

[1] Samozřejmě ano, dokonce nekonečně mnoho.

[2] Tedy, budeme se ptát, zda existuje nějaká privilegovaná inerciální soustava.

[33] Většinou budeme pracovat se souřadnicemi, takže typicky budeme mít na mysli soustavu souřadnic spjatou s nějakou vztažnou soustavou – třeba právě s rozjíždějícím se autem nebo otáčejícím se kolotočem.

[4] A samozřejmě S'' a tak dále, pokud budeme potřebovat rozlišovat víc soustav než dvě.

[5] Rozhodně je vhodné takto soustavy nějak názorně konkretizovat, když o nich mluvíme třeba při popularizaci fyziky nebo při výuce pro středoškoláky. Alespoň pro běžnou populaci středoškoláků. Budoucí vědci určitě zvládnou a možná i preferují vyjádření typu „rychlost hmotného bodu A vůči soustavě S' je dána vektorem, jehož složky jsou $\dot{x}_i'$“, ovšem běžný smrtelník si asi lépe představí situaci popsanou vyjádřením „v jedoucím vlaku jde průvodčí směrem dopředu rychlostí u_x'“ (případně „rychlostí 1,5 m/s“). Mezi konkrétnějším a abstraktnějším popisem bychom měli umět plynule přecházet. (Tedy, měli bychom se učit mezi nimi přecházet.)

Platí totiž, že

> každá soustava, která se pohybuje vůči inerciální soustavě rovnoměrně přímočaře,
> je také inerciální.

Jak to dokázat? Nechť S_0 je inerciální soustava a soustava S_1 se vůči ní pohybuje rovnoměrně přímočaře.[6] Uvažujme libovolný volný hmotný bod. Ten se vůči S_0 pohybuje rovnoměrně přímočaře (právě proto, že S_0 je inerciální).[7] Jak se tento bod pohybuje vůči soustavě S_1 ?

Složením dvou rovnoměrných přímočarých pohybů vzniká zase pohyb rovnoměrný přímočarý.[8] To znamená, že volný hmotný bod se i vůči soustavě S_1 pohybuje rovnoměrně přímočaře! Uvedená úvaha platí pro všechny hmotné body[9] – podle definice je tedy soustava S_1 inerciální.

Dvě důležité otázky

Inerciálních soustav je tedy nekonečně mnoho. S tím souvisejí dvě jednoduché, ale pro další úvahy a zkoumání velice důležité otázky:

1) Který inerciální systém vybrat jako „základní" nebo nejlepší pro popis fyzikálních dějů?

2) Známe-li popis nějakého děje v jedné inerciální soustavě,
jak tento děj popíšeme v jiné inerciální soustavě?

Zde budeme tyto otázky diskutovat z hlediska klasické mechaniky, omezíme se proto na popis mechanických dějů.[10] První otázka nás přivede k tzv. klasickému principu relativity, druhá ke Galileiho transformaci.

Klasický princip relativity

Který inerciální systém vybrat pro popis fyzikálních dějů – například pro popis pohybu auta, kyvů kyvadla, nebo toho, jak kolem sebe obíhají složky dvojhvězdy? Samozřejmě, často volíme systém, který je pro popis nejpohodlnější z praktického hlediska.[11] Ale je nějaký inerciální systém „privilegovaný", tedy nejlepší a základní pro popis všech pohybů?

Podle Newtona takovýto základní systém existuje. Použil pro něj název **absolutní prostor**. Ve svých slavných „Principiích"[12] jej charakterizuje takto:

---

[6] Příklad: S_0 je soustava spojená s rovnými kolejemi a S_1 je soustava spojená s vlakem, který po těch kolejích jede stálou rychlostí.

[7] V našem příkladu s kolejemi a vlakem může být tímto bodem třeba havran, který plachtí nad krajinou rovnoměrně přímočaře. (Havran sice není úplně volný hmotný bod, ale řekněme, že síly na něj působící se vyrovnají, pak se opravdu pohybuje rovnoměrně přímočaře.)

[8] Tedy havran se i vůči vlaku pohybuje rovnoměrně přímočaře. Musí tomu tak být – kde by se v tomto případě vzalo nějaké zrychlení havrana vůči vlaku?

[9] Všichni skuteční nebo myšlení havrani, kteří se pohybují rovnoměrně přímočaře vůči krajině, se pohybují rovnoměrně přímočaře vůči vlaku.

[10] V další kapitole uvidíme, že tyto otázky jsou velice podstatné i ve speciální teorii relativity.

[11] Pohyb auta popisujeme vzhledem k silnici; pro popis kyvadla vybereme soustavu, jejíž počátek je v bodě závěsu. Pohyb složek dvojhvězdy je nejjednodušší v „těžišťové soustavě", tedy v systému, v němž je v klidu hmotný střed dvojhvězdy.

[12] *Philosophia Naturalid Principia Mathematica,* vyšly v roce 1687.

„Absolutní prostor, ve své podstatě a bez vztahu k čemukoli vnějšímu, zůstává stále stejný a nehybný.“[13]

Trochu metaforicky bychom mohli říci, že absolutní prostor je „aréna“ nebo jeviště, na němž se ve vesmíru odehrává všechno, co se děje.[14] V moderní terminologii bychom místo o absolutním prostoru mohli mluvit o ***absolutním inerciálním systému***. To by byl ten „nejsprávnější“, základní a privilegovaný systém, vůči němuž bychom měli vše popisovat. A v něm (tedy pomocí jeho souřadnic) bychom také měli zapisovat a formulovat fyzikální zákony.[15]

Existuje takový privilegovaný inerciální systém? A jestliže ano, jak ho najít?

Podstatné je, že při hledání takového význačného inerciálního systému se „nedíváme ven“, tedy na to, jak se pohybují třeba vzdálené hvězdy nebo vzdálené galaxie. Privilegovanost absolutního inerciálního systému – nebo naopak pohyb vůči tomuto systému – bychom měli poznat v pokusech, které děláme i v uzavřené laboratoři.[16]

Ovšem již před Newtonem Galileo Galilei ve svých *Dialozích*[17] obhajoval tvrzení, že **rovnoměrný přímočarý pohyb systému**, v němž děláme pokusy, zjistit **nelze**. Diskutoval o tom, jak by dopadaly pokusy konané v podpalubí velké lodi, která by buď stála v přístavu, nebo plula rovnoměrně přímočaře.

Pokusy, které uvádí, samozřejmě odpovídají době vzniku dané knihy a také tomu, že byla určena širší čtenářské obci: voda kape z láhve do nádrže pod ní, házíte si s někým míčkem, pozorujete, jak motýli, které jste s sebou vzali, létají do všech směrů a tak dále.[18]

[13] “Absolute space, in its own nature, without regard to anything external, remains always similar and immovable.”

[14] Popravdě řečeno, nějaká takováto představa je nám asi docela blízká. Když přemýšlíme o vesmíru, je přirozené názorně si představit, že je zde nějaký prostor, „ve kterém se všechno děje“. A tenhle prostor si intuitivně představovat jako nehybný, bez většího hloubání vůči čemu by měl být vlastně nehybný.
(Autor těchto řádků přiznává, že navzdory všemu vzdělání takovouto naivní představu má v sobě někde hluboko také. Zřejmě jde o tzv. prekoncepci, která vzniká už v dětství při seznamování se se světem, kdy poznáváme, že země a krajina tvoří nehybný rámec, vůči němuž se věci pohybují. Když se pak dozvíme, že Země i sluneční soustava se pohybují, prostě si v mysli ten nehybný rámec zobecníme a zvětšíme.)

[15] Pro upřesnění dodejme, že nám zde jde o systém ve smyslu vztažné soustavy, nikoli o to, do kterého bodu umístíme počátek soustavy souřadnic a kam natočíme její osy.

[16] Připomeňme, že neinerciální systémy dokážeme od inerciálních rozlišit i pokusy v uzavřené laboratoři. Například to, že vlak začne brzdit, poznáme i v uzavřeném kupé, z něhož se nedíváme ven. Je-li brzdění intenzivní, nepotřebujeme k tomu ani citlivé pokusy: láhve s minerálkou a kelímky s kávou se začnou kácet. Zrychlený pohyb systému tedy poznáme.
Chceme-li hledat privilegovaný inerciální systém – tedy rozlišovat pomocí pokusů mezi inerciálními systémy – měli bychom umět podobně poznat i rovnoměrný pohyb. Tedy například z pokusů v uzavřeném kupé poznat, zda vlak stojí nebo jede, a jakou jede rychlostí.

[17] *Dialogy o dvou hlavních světových systémech, ptolemaiovském a koperníkovském*; vyšly 1632.

[18] Chcete-li si danou pasáž přečíst celou (v anglickém překladu), vygooglete si začátek textu: “Shut yourself up with some friend in the main cabin below decks on some large ship…“

Galileo popisuje, jak dané pokusy dopadnou, když je loď v klidu (a fakticky se přitom nepřímo odvolává na zkušenost čtenářů z běžného života) a pak konstatuje, že budou dopadat naprosto stejně, když loď popluje.[19]

Dnes bychom se asi spíš odvolali na zkušenost z jízdy vlakem po rovné trati stálou rychlostí. Když budeme ve vlaku například vyhazovat do výšky míček a zase ho chytat, děláme to naprosto stejně, když vlak stojí i když jede. Když si v chodbičce poskočíte, vlak pod vámi nepodjede a nedopadnete o několik kupé dál.[20] Pokud budete dělat jakékoli pokusy třeba s kyvadly, závažíčky na pružinkách či s dalšími mechanickými objekty[21], dopadnou stejně ve stojícím vlaku i ve vlaku, který jede rovnoměrně přímočaře.[22]

Tyto a podobné pokusy ukazují, že *vzájemný rovnoměrný přímočarý pohyb inerciálních soustav nelze mechanickými pokusy zjistit*.[23] Toto zobecnění výsledků experimentů je známo pod názvem **klasický princip relativity**. Můžeme jej formulovat různě, například shrnutím toho, co jsme již uvedli:

Mechanickými pokusy od sebe nelze odlišit různé inerciální soustavy.

Stejné tvrzení můžeme rozvést poněkud podrobněji:

Stejně připravené mechanické pokusy dají ve všech inerciálních soustavách stejné výsledky.[24]

Obecně tedy můžeme konstatovat, že:

Z hlediska mechanických pokusů jsou všechny inerciální systémy rovnoprávné.[25]

Všechny tyto formulace spolu úzce souvisejí, jde jen o různé vyjádření téhož.

[19] Zde samozřejmě ignorujeme vlny a případné kolébání lodi, plavbu si představujeme naprosto hladkou, opravdu jako pohyb rovnoměrný přímočarý. Galileovi šlo o to, přesvědčit čtenáře, že Země se může pohybovat, aniž bychom to na jejím povrchu pozorovali nebo aniž by nám tento pohyb nějak vadil v běžném životě. Konkrétně například, když si poskočíme, tak pod námi Země „neuteče“ o kus stranou. (Podle starověkých a středověkých představ by pohybující se Země opravdu o kus „utekla“; že se to neděje, byl jeden z argumentů proti pohybu Země.)

[20] Schválně si spočtěte, kolik vlak ujede, než vyskočíte do výšky 20 centimetrů a zase dopadnete. Rychlost vlaku vezměte třeba 30 m/s, to není ani 110 km/h.

[21] Kdyby přišel průvodčí, tak mu vysvětlete, že studujete fyziku, třeba se obměkčí a nezavolá na vás drážní policii nebo zřízence z ústavu, kde by na uzavřeném oddělení zkoumali váš duševní stav.

[22] Ve všech případech, kdy se odvoláváme na pokusy prováděné na Zemi, zanedbáváme malé efekty spojené s tím, že Země není přesně inerciální systém. (Při velmi přesných měřeních je pak samozřejmě nutno vzít v úvahu například efekty spojené s rotací Země. Podrobněji je budeme diskutovat v dalších částech této kapitoly.)

[23] Opět zdůrazněme: Míní se zde pokusy prováděné ***v rámci dané soustavy***, tedy v laboratoři spojené s touto soustavou. To znamená, že „nekoukáme ven“, z jedné soustavy na druhou. Jinak samozřejmě, díváme-li se z nádraží na jedoucí vlak, tak jeho rychlost zjistíme a naměříme. Ale pokusy, které děláme jen na nádraží a jen v rovnoměrně přímočaře jedoucím vlaku, neukážou žádný rozdíl.

[24] Tím se myslí, že určitý stejně připravený pokus dá stejný výsledek. (Různé pokusy dají pochopitelně různé výsledky.) Pro puntičkáře bychom tedy mohli danou formulaci klasického principu relativity ještě upřesnit na tvar:

Libovolný stejně připravený mechanický pokus dá ve všech inerciálních soustavách stejný výsledek.

[25] … čemuž je ekvivalentní formulace:

Z hlediska mechanických pokusů není žádný inerciální systém privilegován.

Výsledky pokusů jsou ovšem dány fyzikálními zákony, v našem případě zákony klasické mechaniky. Proto lze klasický princip relativity formulovat i s důrazem na fyzikální zákony:

Zákony klasické mechaniky mají ve všech inerciálních systémech stejný tvar.[26]

Podobně jako výše u formulací týkajících se pokusů můžeme také říci, že

Z hlediska zákonů klasické mechaniky jsou všechny inerciální systémy rovnoprávné.[27]

První sada tvrzení kladla důraz na pokusy, druhá na fyzikální zákony. Společně bychom klasický princip relativity mohli shrnout do formulace:

Všechny inerciální systémy jsou z hlediska klasické mechaniky rovnoprávné.[28]

Volně a trochu metaforicky bychom mohli říci, že jde o docela „demokratický princip“; žádný inerciální systém není nadřazen, není privilegován.

To mimo jiné znamená, že – alespoň pomocí mechanických pokusů – nelze najít žádný absolutní prostor, žádný absolutní inerciální systém. Vypadá to, že absolutní prostor je pouhá fikce, alespoň pokud se týče klasické mechaniky.[29]

Galileiho transformace

Přejděme teď ke druhé z otázek, které jsme uvedli na začátku kapitoly: Známe popis pohybu nějakého hmotného bodu[30] vůči inerciální soustavě S a chceme znát popis tohoto pohybu v nějaké jiné inerciální soustavě S'.[31]

Řešit tento problém pro zcela obecnou vzájemnou orientaci a rychlost inerciálních systémů by pro nás v tuto chvíli bylo zbytečně složité. Omezíme se proto na případ, kdy osy obou systémů budou vzájemně rovnoběžné a rychlost vzájemného pohybu soustav bude mít směr osy x. A přidáme ještě

[26] Kdyby byly zákony mechaniky v různých inerciálních soustavách různé, vedly by k různým výsledkům stejně připravených pokusů.
Samozřejmě, pozorný (nebo šťouravý ☺) čtenář by mohl namítnout, že formálně by fyzikální zákon mohl mít stejný tvar, aniž by to ovlivnilo výsledek pokusů. Třeba kdybychom se dohodli, že hmotnost budeme značit n, zrychlení $\vec{b}$ a sílu $\vec{G}$, měl by druhý Newtonův zákon tvar $n\vec{b} = \vec{G}$, aniž by to cokoli ovlivnilo. Jako „stejný tvar“ zákonů mechaniky tedy myslíme *stejný nebo ekvivalentní* tvar, i když to pro stručnost takto nezdůrazňujeme.

[27] Nebo ekvivalentně:

Z hlediska zákonů klasické mechaniky není žádný inerciální systém privilegován.

[28] Nebo samozřejmě do ekvivalentní formulace:

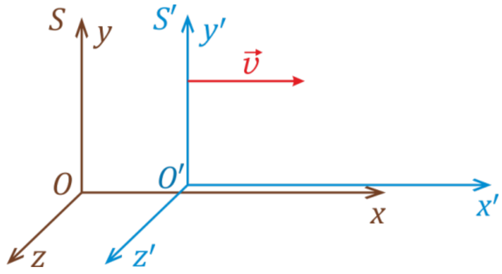
Žádný inerciální systém není z hlediska klasické mechaniky privilegován.

[29] Tomu, zda lze najít absolutní prostor resp. zjistit pohyb vůči němu, se budeme věnovat v následující kapitole, kde stručně dotkneme speciální teorie relativity.

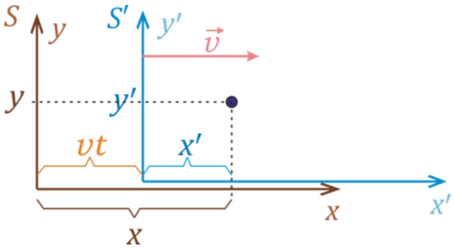
[30] Nebo soustavy hmotných bodů, tuhého tělesa apod.

[31] Názorně: Víme, jak se pohybuje výpravčí vůči nádraží, a chceme vědět, jak se pohybuje vzhledem k projíždějícímu vlaku – tedy jak bychom popsali jeho pohyb, kdybychom seděli v daném vlaku a měřili polohy výpravčího v různých časech. Zdá-li se vám pohyb výpravčího málo akční, můžete si představit třeba bandity na koních útočící na vlak na divokém západě. Případně, aby to bylo mírumilovnější, může po nástupišti pobíhat výpravčího pes Azor. (Azor je pro n*ázor*nost docela dobrá pomůcka…☺)

jedno omezení: Budeme předpokládat, že v čase $t=0$ počátky obou systémů splývaly. Situaci ukazuje obrázek:



Pro přehlednost zde kreslíme osy x a x' navzájem trochu posunuté, i když ve skutečnosti splývají. Rovněž z důvodu přehlednosti též na dalších obrázcích už většinou nebudeme kreslit osy z a z', tedy budeme obrázky kreslit pouze dvourozměrné.[32]



Zakreslíme-li do obrázku polohu nějakého hmotného bodu[33], vidíme, že y-ové souřadnice tohoto bodu jsou v obou soustavách stejné, $y'=y$. Podobně tomu bude pro z-ovou souřadnici: $z'=z$.

Pro x-ové souřadnice z obrázku také jasně plyne, že platí $x'=x-vt$.[34]

Můžeme tedy už napsat vztahy pro přepočet (neboli *transformaci*) souřadnic ze soustavy S do S':

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= x-vt \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}} \tag{6.1}$$

Tuto transformaci nazýváme **Galileiho transformace**. V našem případě (při dané vzájemné orientaci os souřadnic a směru rychlosti) je to konkrétně takzvaná **speciální Galileiho transformace.**[35]

Můžeme ji zapsat i ve vektorové formě jako

$$\vec{r}\,' = \vec{r}-\vec{v}\,t\ . \tag{6.2}$$

Dodejme ještě jeden vztah, který se obvykle explicite nepíše, ale v klasické mechanice se jaksi samozřejmě předpokládá:

$$t' = t\ . \tag{6.3}$$

[32] Osy y a z (a také osy y' a z') jsou obě kolmé na osu x a tedy na směr vzájemné rychlosti. To znamená, že cokoli co odvodíme pro souřadnice y a y', bude platit také pro souřadnice z a z'.

[33] V našich názorných příkladech s nádražím a vlakem může jít třeba o čepici výpravčího. V našem příkladu je S soustava nádraží a S' soustava vlaku. Polohu čepice můžeme určit jak vůči nádraží, tak vůči vlaku.

[34] vt je vzdálenost, kterou za dobu t (tedy od času $t=0$ do času t) urazil počátek soustavy S' vůči soustavě S. (Připomeňme, že v čase $t=0$ počátky obou soustav splývaly.)

[35] Slovo „speciální“ zde znamená, že jde o speciální vzájemnou polohu os souřadnic apod., jak jsme ji popsali výše. (Osy obou soustav jsou rovnoběžné, v čase $t=0$ počátky splývaly, rychlost má směr osy x.) Rozhodně zde termín „speciální“ nemá žádnou souvislost se speciální teorií relativity!

To znamená, že v obou inerciálních soustavách je stejný čas, jinými slovy že pro všechny inerciální soustavy máme jeden společný čas.

Vztahy speciální Galileiho transformace jsou velice jednoduché, takže když ještě dodáme, že transformace zpět ze soustavy S' do S [36]:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= x' + v\,t \\ y &= y' \\ z &= z' \end{aligned}} \qquad (6.4)$$

se nazývá **inverzní Galileiho transformace**, začne mít i sebelaskavější čtenář pocit, že zde děláme „z komára velblouda", tedy triviální věci halíme do spousty slov. Ovšem uvidíme, že za chvíli dostaneme zajímavé výsledky; i jednoduché vztahy speciální Galileiho transformace v sobě mají vše fyzikálně podstatné, co budeme potřebovat.

Transformace rychlostí

Jestliže vztahy (6.1) derivujeme podle času[37], dostaneme:

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{dx'}{dt}}_{u'_x} &= \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{u_x} - v \\ \underbrace{\frac{dy'}{dt}}_{u'_y} &= \underbrace{\frac{dy}{dt}}_{u_y} \\ &\dots \end{aligned} \qquad (6.5)$$

Zde jsme již označili časovou derivaci $\dfrac{dx}{dt}$ symbolem u_x. Jde o x-ovou složku rychlosti vůči soustavě S. Podobně $\dfrac{dx'}{dt}$ je x-ovou složkou rychlosti vůči soustavě S', značíme ji proto u'_x.[38] Analogicky je tomu pro y-ové složky rychlosti. Vztahy (6.5) tady můžeme přepsat na

$$\boxed{\begin{aligned} u'_x &= u_x - v \\ u'_y &= u_y \\ u'_z &= u_z \end{aligned}} \qquad (6.6)$$

Toto je **vztah pro transformaci** rychlosti (při Galileiho transformaci). Vektorově jej lze napsat jako

$$\vec{u}\,' = \vec{u} - \vec{v} \ . \qquad (6.7)$$

[36] V našem názorném příkladu tedy ze soustavy vlaku do soustavy nádraží.

[37] Tj. provedeme $x' = x - v\,t \ \Big/ \frac{d}{dt}, \quad y' = y \ \Big/ \frac{d}{dt}$ a totéž pro souřadnice z (pro ně vyjde analogický vztah jako pro y, takže příslušnou derivaci již nebudeme explicite vypisovat). Při derivování využíváme toho, že $v = \mathrm{konst.}$

[38] Rozmyslete si sami pořádně, co která derivace znamená a že označení, které tu zavádíme, je přirozené a logické. Klidně si pomozte příkladem průvodčího, který jde ve vlaku směrem dopředu, a uvědomte si, co je jeho rychlost vzhledem k vlaku a vzhledem k nádraží. (Tenhle názorný příklad se dá použít, když budete někomu tuto problematiku vysvětlovat.)

Inverzní transformace k (6.6)[39] je přirozeně

$$\boxed{\begin{aligned} u_x &= u'_x + v \\ u_y &= u'_y \\ u_z &= u'_z \end{aligned}} \tag{6.8}$$

a ve vektorovém zápisu:

$$\boxed{\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v}} \tag{6.9}$$

Opět nejde o nic překvapujícího, je to normální **skládání rychlostí**.[40] [41]

Transformace zrychlení

Vztah pro transformaci zrychlení dostaneme, když (6.6) zderivujeme podle času:[42]

$$\underbrace{\frac{du'_x}{dt}}_{a'_x} = \underbrace{\frac{du_x}{dt}}_{a_x} - 0\,, \qquad \underbrace{\frac{du'_y}{dt}}_{a'_y} = \underbrace{\frac{du_y}{dt}}_{a_y}\,, \qquad \cdots$$

Vidíme, že

$$\begin{aligned} a'_x &= a_x \\ a'_y &= a_y \;, \\ a'_z &= a_z \end{aligned} \tag{6.10}$$

tedy, že

$$\boxed{\vec{a}' = \vec{a}\;.} \tag{6.11}$$

To znamená, že **zrychlení** daného hmotného bodu **je vůči všem inerciálním soustavám stejné.**

Druhý Newtonův zákon v různých inerciálních soustavách

Základním zákonem, který určuje pohyb hmotného bodu, je v klasické mechanice druhý Newtonův zákon. Jestliže v inerciální soustavě S má známý tvar $m\vec{a} = \vec{F}$, jaký tvar má v jiné inerciální soustavě S' ?

Hmotnost v klasické mechanice je konstanta charakterizující daný hmotný bod. Nezávisí tedy na volbě vztažné soustavy, v S' je tedy stejná jako v S : $\boxed{m' = m}$.
Jak je tomu se silou? Pravé síly v klasické mechanice závisejí na vzdálenosti bodů – ale ta se při Galileiho transformaci nemění.[43] To znamená, že i síla je v obou soustavách stejná: $\boxed{\vec{F}' = \vec{F}}$.

[39] V našem příkladu je to transformace, která přepočítává rychlosti vůči vlaku na rychlosti vůči nádraží.

[40] V našem příkladu: Jde-li průvodčí ve vlaku ve směru jízdy rychlostí $u'_x = 5\ \mathrm{km/h}$ a vlak se vůči nádraží pohybuje rychlostí $v = 70\ \mathrm{km/h}$, pak rychlost průvodčího vůči nádraží je $u_x = 75\ \mathrm{km/h}$.

[41] V Dodatku 6.A na příkladu uvidíme, že i takto jednoduchý vztah se dá dobře využít.

[42] Opět přitom využíváme toho, že $v = \mathrm{konst.}$

[43] Z (6.2) dostáváme $\vec{r}_1{}' - \vec{r}_2{}' = (\vec{r}_1 - \vec{v}\,t) - (\vec{r}_2 - \vec{v}\,t) = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, takže $\left|\vec{r}_1{}' - \vec{r}_2{}'\right| = \left|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\right|$. Pozorný čtenář může oprávněně namítnout, že směr sil závisí i na vzájemné *poloze* bodů. Pro centrální síly (a právě takové síly v klasické mechanice uvažujeme) má ovšem síla $\vec{F}_{12}$ směr $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$; z výše uvedeného odvození je ale vidět, že směr síly $\vec{F}'_{12}$ v soustavě S' je stejný.

Pokud obě tato zjištění zkombinuje s (6.11), dostáváme výsledek

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad \Leftrightarrow \quad m'\vec{a}' = \vec{F}' \quad (6.12)$$ [44]

Protože S a S' byly libovolné inerciální soustavy, znamená tento výsledek, že[45]

druhý Newtonův zákon má ve všech inerciálních soustavách stejný tvar.

Ve všech inerciálních soustavách samozřejmě platí také první Newtonův zákon[46] a také třetí Newtonův zákon[47]. A protože Newtonovy zákony jsou základem, z něhož jsou v klasické mechanice odvozovány všechny zákony další, můžeme konstatovat, že platí:

Zákony klasické mechaniky mají ve všech inerciálních systémech stejný tvar.

Ale tohle tvrzení už známe, je to jedna z formulací klasického principu relativity![48]

Výše uvedená odvození a úvahy nám umožňují vyjádřit klasický princip relativity ještě v jedné alternativní formulaci. Veličiny v zákonech klasické mechaniky jsme ze soustavy S do S' transformovali pomocí Galileiho transformace.[49] Můžeme tedy říci, že při odvozování (6.12) jsme druhý Newtonův zákon vlastně také transformovali pomocí Galileiho transformace. A on se nezměnil!

Podobně je tomu s ostatními zákony klasické mechaniky:

Zákony klasické mechaniky se nemění při Galileiho transformaci.

Jinak řečeno:

Zákony klasické mechaniky jsou invariantní vůči Galileiho transformaci.[50]

Poznámka:

Při řešení řady úloh z běžného života užíváme soustavy spojené s povrchem Země (a někdy s jedoucím vlakem apod.) a pracujeme v nich, jako by byly inerciální – i když víme, že Země rotuje a inerciální tedy nejsou. Kdy a proč si to můžeme dovolit, diskutujeme (pro zájemce) v Dodatku B.

Příklad systému, který je s dobrou přesností inerciální, rozebíráme (opět spíše pro zájemce) v Dodatku C.

[44] Je to zřejmé, oba vztahy jsou vlastně identické.

[45] Poznámka pro pozorné čtenáře: My jsme tu dané tvrzení odvodili pro inerciální soustavy spojené speciální Galileiho transformací. Vektorový vztah (6.2) ovšem platí, i když vzájemná rychlost soustav není rovnoběžná s osou x (a osy soustav mohou být i vzájemně natočené). Výsledek (6.12) proto platí obecně.

[46] Volné hmotné body se pohybují rovnoměrně přímočaře vůči *všem* inerciálním systémům.

[47] Vždyť, jak jsme výše ukázali, síla je ve všech inerciálních systémech stejná. Je tedy ve všech inerciálních systémech stejná síla „akce" i síla „reakce" – když se rovnají v jednom systému, musejí se rovnat ve všech.

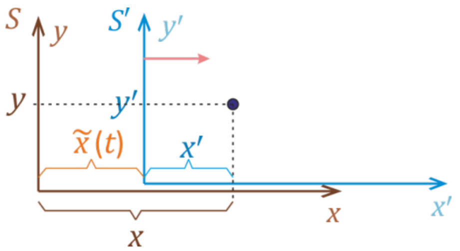
[48] Můžeme tedy říci, že jsme potvrdili, že klasická mechanika je „udělána" tak, že opravdu splňuje klasický princip relativity.

[49] A transformace rychlosti a zrychlení, ale to jsou důsledky Galileiho transformace, takže k ní patří.

[50] Toto tvrzení říká přesně totéž, co předchozí, jen je vysloveno formálnějším jazykem. *Invariant* je něco, co se při určité transformaci nemění, má stejnou hodnotu. To, že jsou zákony vůči Galileiho transformaci invariantní, tedy znamená, že při ní nemění svůj tvar.

6.2 Neinerciální soustavy – zrychlený přímočarý pohyb

Podívejme se teď na případ, kdy se soustava S' pohybuje vůči inerciální soustavě S zrychleně, ale přitom vůči ní nerotuje.[51] Osy obou soustav necháme orientovány stejně, jako tomu bylo v předchozí podkapitole: Osy x a x' jsou rovnoběžné (resp. splývají), soustava S' se vůči S pohybuje ve směru osy x, jak to ukazuje obrázek. Pohyb je ovšem obecně nerovnoměrný, proto vzdálenost počátků obou soustav označíme jako $\tilde{x}(t)$.[52] [53]



Opět nám půjde o to, jak se transformují souřadnice z jedné soustavy do druhé. Z obrázku vidíme, že $y' = y$; stejně tomu bude pro z-ovou souřadnici. Pro x-ové souřadnice platí $x' = x - \tilde{x}(t)$. Transformace z S do S' je tedy

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= x - \tilde{x}(t) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}} \tag{6.13}$$

Derivací těchto vztahů podle času dostaneme transformaci složek rychlosti.

$$\underbrace{\frac{dx'}{dt}}_{u'_x} = \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{u_x} - \underbrace{\frac{d\tilde{x}}{dt}}_{\tilde{v}}, \qquad \underbrace{\frac{dy'}{dt}}_{u'_y} = \underbrace{\frac{dy}{dt}}_{u_y}, \qquad \cdots \tag{6.14}$$

Zde $\tilde{v}(t) = \dfrac{d\tilde{x}}{dt}$ je rychlost soustavy S' vůči S. Složky rychlosti bodu vůči soustavám jsme opět označili u_x, u'_x atd. jako výše. Transformace rychlostí je tedy

$$\boxed{\begin{aligned} u'_x &= u_x - \tilde{v}(t) \\ u'_y &= u_y \\ u'_z &= u_z \end{aligned}} \tag{6.15}$$

a ve vektorovém zápisu:

$$\vec{u}' = \vec{u} - \vec{\tilde{v}}(t)\,. \tag{6.16}$$

Vztahy (6.15) a (6.16) vypadají stejně jako v případě Galileiho transformace, ovšem s tím rozdílem, že vzájemná rychlost pohybu soustav obecně není konstantní. To se projeví při výpočtu zrychlení.

---

[51] Podobně jako v názorných příkladech výše může jít o případ vlaku rozjíždějícího se po rovných kolejích nebo autobusu na rovné silnici, který zrychluje nebo brzdí. (Soustavu spojenou s kolejemi resp. silnicí přitom považujeme za inerciální.)

[52] Pozor: uvědomili jste si při pohledu na obrázek, že formulace „vzdálenost počátků obou soustav“ je vlastně nepřesná? Vzdálenost je vždy nezáporná, zatímco $\tilde{x}(t)$ může být $\tilde{x}(t) < 0$. (Načrtněte si, jak by v tomto případě vypadala vzájemná poloha obou soustav.) Jak tedy přesněji říci, co je $\tilde{x}(t)$? (Je to x-ová souřadnice počátku soustavy S'.)

[53] Může být například $\tilde{x}(t) = \frac{1}{2} a t^2$.

Pro výpočet složek zrychlení zderivujeme (6.15) podle času:

$$\underbrace{\frac{du'_x}{dt}}_{a'_x} = \underbrace{\frac{du_x}{dt}}_{a_x} - \underbrace{\frac{d\tilde{v}}{dt}}_{\tilde{a}}\,, \qquad \underbrace{\frac{du'_y}{dt}}_{a'_y} = \underbrace{\frac{du_y}{dt}}_{a_y}\,, \qquad \dots$$

Zde $\tilde{a}(t) = \dfrac{d\tilde{v}}{dt}$ je zrychlení soustavy S' vůči S. Složky rychlosti bodu vůči soustavám jsme opět označili u_x, u'_x atd. jako výše. Transformace zrychlení je tedy

$$\boxed{\begin{aligned} a'_x &= a_x - \tilde{a} \\ a'_y &= a_y \quad , \\ a'_z &= a_z \end{aligned}} \tag{6.17}$$

ve vektorovém zápisu:

$$\boxed{\vec{a}' = \vec{a} - \vec{\tilde{a}}\ .} \tag{6.18}$$

Jednoduše můžeme zapsat také inverzní transformace. Z (6.16) dostáváme okamžitě $\vec{u} = \vec{u}' + \vec{\tilde{v}}(t)$ a z (6.18) pro zrychlení:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + \vec{\tilde{a}}\ .} \tag{6.19}$$

Poznamenejme, že rychlost $\vec{\tilde{v}}$ bývá někdy nazývána *unášivá rychlost* a zrychlení $\vec{\tilde{a}}$ *unášivé zrychlení*.[54]

A co druhý Newtonův zákon?

V inerciální soustavě S má druhý Newtonův zákon samozřejmě tvar $m\vec{a} = \vec{F}$. **Jak bude vypadat v neinerciální soustavě S' ?**

Hmotnost *m* je v obou soustavách stejná, rovněž síly mezi hmotnými body jsou v S i S' stejné.[55] [56]

Dosadíme-li tedy do 2. Newtonova zákona v S, čili do $m\vec{a} = \vec{F}$, vztah (6.19), dostaneme výsledný tvar v S':

$$m\vec{a}' + m\vec{\tilde{a}} = \vec{F}\ . \tag{6.20}$$

Aha! Takže ve zrychlených soustavách ***neplatí*** jednoduchý vztah „hmotnost krát zrychlení rovná se síla“.[57] Ovšem my jsme na 2. Newtonův zákon v tomto tvaru zvyklí – nešel by nějak „zachránit“?

[54] Je to vlastně docela přirozené označení: Když nehybně sedíme ve vlaku, je naše rychlost vůči němu nulová, $\vec{v}' = 0$ a vlak nás vůči kolejím unáší rychlostí $\vec{\tilde{v}}$. Naše zrychlení vůči vlaku je nulové, $\vec{a}' = 0$ (bylo by nulové, i kdybychom například konstantní rychlostí procházeli uličkou), a pokud vlak zrychluje nebo brzdí, unáší nás vůči kolejím se zrychlením $\vec{\tilde{a}}$.

[55] Viz důvody uvedené výše v části 6.1.

[56] Nebudeme tedy už proto například u hmotností psát symbol čárky, i pro hmotnost v S' budeme používat prostě symbol *m*, podobně pro sílu, kterou na vybraný hmotná bod působí ostatní body, budeme v obou soustavách psát jen $\vec{F}$.

[57] Když zrychlení bereme v soustavě, v níž pracujeme, tedy v neinerciální soustavě S'.

„Zachraňujeme" druhý Newtonův zákon ve tvaru *hmotnost · zrychlení = síla*

Druhý Newtonův zákon bychom tedy rádi „zachránili" v jednoduchém tvaru

$$m\vec{a}' = \vec{F}' \ . \tag{6.21}$$

Formálně ho z (6.20) dostaneme lehce, převedením jednoho členu na pravou stranu:

$$\boxed{m\vec{a}' = \vec{F} + \left(-m\vec{\tilde{a}}\right) .} \tag{6.22}$$

Levá strana už má tvar, který chceme. Abychom ale opravdu dostali kýžený tvar (6.21), musíme definovat $\vec{F}'$ jako

$$\vec{F}' = \vec{F} + \left(-m\vec{\tilde{a}}\right) , \tag{6.23}$$

tedy považovat člen $-m\vec{\tilde{a}}$ za novou sílu, která se objevuje jen ve zrychlené soustavě. Této síle se říká ***zdánlivá síla*** nebo také ***setrvačná síla***.

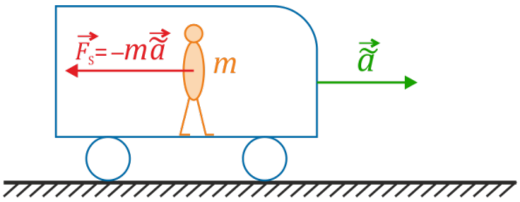
Druhý Newtonův zákon jsme tedy „zachránili", ale za tu cenu, že bylo nutno přidat setrvačnou sílu

$$\vec{F}_S = -m\vec{\tilde{a}} , \tag{6.24}$$

tedy sílu, která nemá původ v interakci mezi hmotnými body a v inerciální soustavě se nevyskytuje.[58]

Příklady: zrychlující a brzdící vozidla

Když stojíme v autobuse, nedržíme se a autobus se prudce rozjede, cukne to s námi dozadu. Podobně je tomu, když sedíte v autě a řidič vám chce předvést, jaké má to jeho „žihadlo" rychlý „odpich".



Cítíme, jak nás „něco" zatlačí dozadu do sedadla. Ono „něco", je právě setrvačná síla. Situaci z hlediska soustavy spojené s vozidlem ukazuje obrázek. Setrvačná síla má prostě obrácený směr, než zrychlení vozidla. Kdybyste v autobuse stáli na skateboardu nebo na kolečkových bruslích, rozjedete se vůči autobusu dozadu. A řeknete, že to bylo vlivem setrvačné síly směřující dozadu.

Ovšem pozor! Úplně jinak bude situaci popisovat pozorovat, stojící vedle silnice. Uvidí, že vy na skateboardu zůstanete v klidu, zatímco autobus zrychluje vpřed. Jeho podlaha tedy pod vámi podjíždí.[59]

V případě zrychlujícího auta sice nikam neujíždíte a pozorovatel stojící vedle silnice uvidí, že zrychlujete stejně jako auto. Ovšem abyste zrychlovali, musí na vás působit nějaká síla[60]. Je to síla,

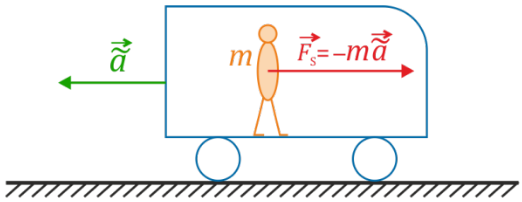
[58] Tohle je důležité a ještě to budeme opakovaně zdůrazňovat.

[59] Je to podobné, jako u známého „kouzelnického triku", kdy vytrháváte ubrus zpod stojící láhve nebo drahé soupravy míšeňského porcelánu.
(Poznámka na okraj: Jde-li o opravdu cenný porcelán, pořádně si to nacvičte, trhejte hodně rychle a raději si připravte patřičnou finanční rezervu. Výkladem, jak celou situaci popsat z hlediska inerciálního systému stolu a z hlediska zrychleného systému ubrusu, po případné katastrofě majitele soupravy asi neobměkčíte. ☺)

[60] Teď opět popisujeme situaci z hlediska inerciálního systému!

kterou vás tlačí zezadu opěradlo[61]. Podle principu akce a reakce naopak vy tlačíte dozadu na opěradlo, takže se do něj trochu zabořite. Vidíme, že k popisu situace z hlediska inerciálního systému nepotřebujeme žádnou setrvačnou sílu. Žádná v tomto systému není!

Podobně to bude ve vozidle, které brzdí. Pokud se v brzdícím autobusu nedržíte, padáte dopředu, kdybyste stáli na skateboardu, rozjedete se vzhledem k autobusu dopředu.[62] Situaci ukazuje obrázek vpravo. Vzhledem k autobusu (tedy v neinerciální soustavě) na vás působí setrvačná síla směrem dopředu.



Z hlediska inerciální soustavy (tedy z hlediska pozorovatele stojícího u silnice) ovšem k vysvětlení žádnou setrvačnou sílu nepotřebujeme, v inerciální soustavě žádná taková síla není! Prostě: pohybovali jste se nějakou rychlostí, a dokud vás nic nezastaví nebo nezabrzdí, pokračujete stále stejnou rychlostí v pohybu vpřed. Autobus ale zpomaluje, takže začínáte jet rychleji, než on. Vysvětlení je jiné, výsledek stejný: vůči autobusu se rozjedete nebo padáte dopředu.[63]

Podobně, jako sebou v autobuse při rozjíždění a brzdění „cukáme“ my, se chovají i další tělesa. Například když držíme těžkou tašku, táhne nám při rozjíždění autobusu ruku dozadu, při brždění zase dopředu. To určitě ze zkušenosti dobře známe. Rozmyslete si ale následující otázku:

Co když budeme v autobuse držet na provázku balónek, který se vznáší (takže táhne provázek nahoru)? Kam se vychýlí balónek, když bude autobus zrychlovat? A kam, když bude brzdit?[64]

Na závěr našeho rozboru zdůrazněme znovu, co už je snad jasné: Setrvačná síla není síla, kterou by na hmotný bod (nebo na nějaké těleso, třeba na nás samotné) působily jiné body nebo tělesa! Jinými slovy:

Setrvačná síla není pravá síla.

Když se autobus rozjíždí a s námi to škubne dozadu, nepřitahuje nás zadní stěna autobusu ani neodpuzuje přední. Podobně při brzdění autobusu nás neodolatelně nepřitahuje čelní sklo…

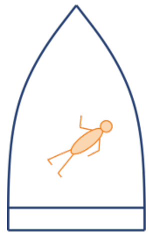
A podtrhněme ještě jednou, co už tu bylo řečeno víckrát:

V inerciálních systémech žádné setrvačné síly nejsou!

Setrvačné síly se objevují v neinerciálních systémech jako dodatečné silové členy, když trváme na zákonu „hmotnost · zrychlení = síla“, přičemž zrychlení je vůči dané neinerciální soustavě a síla je pak součtem pravých a setrvačných sil.

[61] Samozřejmě na vás silou dopředu působí i sedadlo, ale pro jednoduchost zde budeme mluvit jen o opěradle.
[62] A pokud byste třeba v brzdícím vagónu metra stáli čelem ve směru jízdy a četli si nějaký nápis na čelní stěně, narazíte na tu stěnu nosem a bude to bolet. V tu chvíli asi pro sílu, která s vámi smýkla dopředu, nebudete prosazovat název *zdánlivá* síla. Ona s vámi skutečně praští dopředu a nos vás bude reálně bolet!
[63] Analogicky je to ve zmíněném vagónu metra, když situaci pozorujeme z nástupiště: setrvačností se pohybujete dopředu, rychleji než metro. Čelní stěnou ale projít nemůžete. Musíte tedy zpomalit na rychlost metra – a to zpomalení musí zapříčinit nějaká síla. V daném případě je to síla, kterou stěna působí na váš nos…
[64] Odpověď zde schválně neuvádíme, abyste nebyli v pokušení si ji prostě přečíst. Přemýšlejte, diskutujte s kolegy, argumentujte, … a vůbec nejlepší je, když si to nakonec vyzkoušíte.

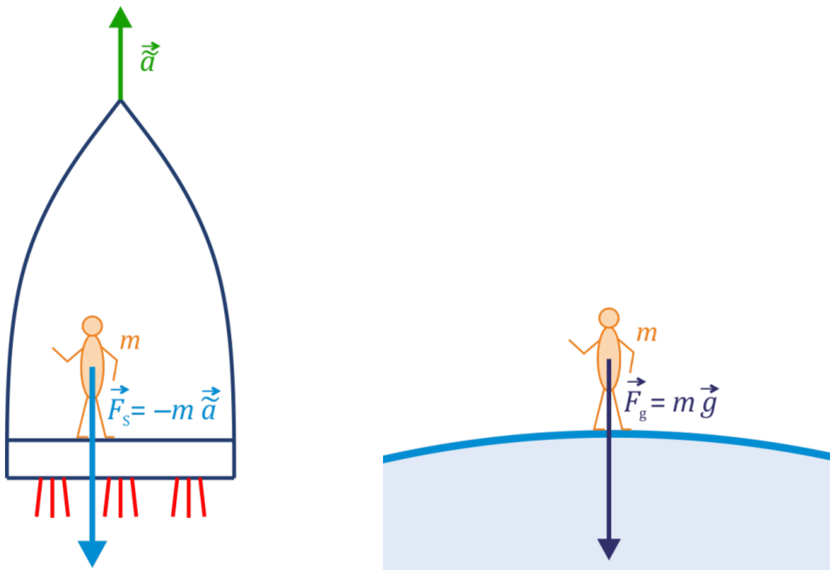
Jak „vytvořit gravitaci"



Setrvačné síly se ovšem mohou projevovat stejně reálně jako pravé síly. Uvažujme případ rakety či kosmické lodi, která je ve vesmíru daleko od všech ostatních těles. V takové raketě se zřejmě bude kosmonaut volně vznášet. Můžeme nějak zařídit, aby pociťoval stejnou tíhu, jako na Zemi?

Můžeme, právě pomocí setrvačné síly. Když budou motory rakety pracovat a budou raketě udílet zrychlení $\vec{a}$, bude na kosmonauta v raketě působit setrvačná síla proti směru pohybu (tedy proti směru zrychlení rakety) $\vec{F}_S = -m\vec{a}$.

Kosmonaut tedy bude moci stát na podlaze rakety. A pokud bude raketa akcelerovat se zrychlením 9,81 m/s^2, bude cítit stejnou sílu, jakou ho na zemském povrchu přitahuje Země:



V raketě, která poletí s tímto zrychlením, by se tedy kosmonaut cítil stejně jako v raketě, která by stála na Zemi – z jeho hlediska to vypadá, jako by v raketě bylo gravitační pole.[65]

Zrychlení vztažné soustavy tedy dokáže gravitaci „vytvořit" (či alespoň napodobit její působení). Mohlo by ji také zrušit?

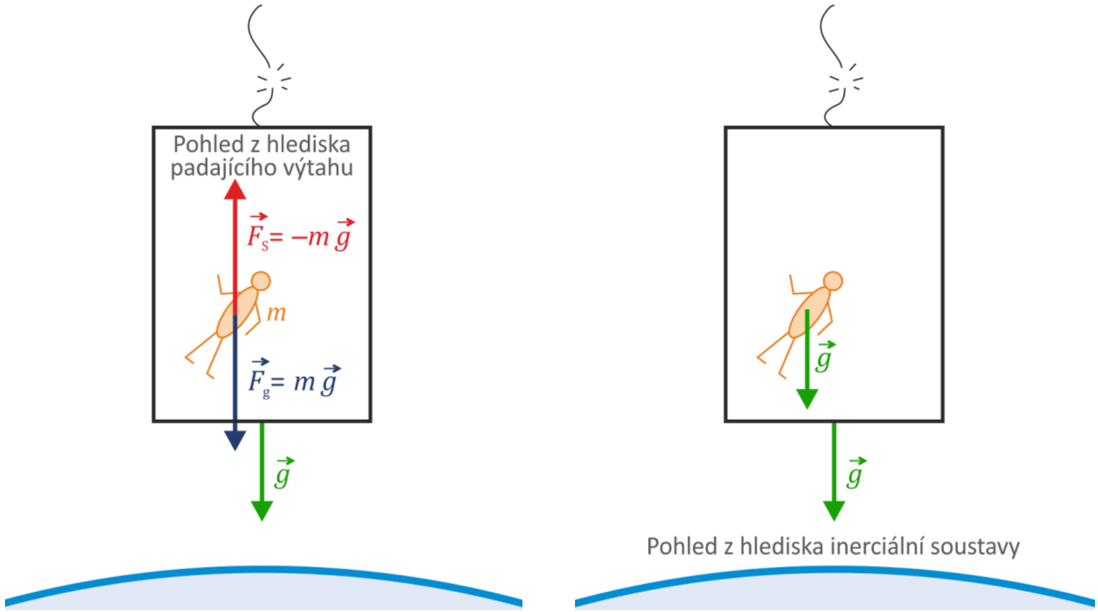
[65] Poznámka „pro šťoury": Fakticky není situace ve zrychlující raketě úplně přesně stejná, jako když raketa stojí na Zemi. Pokud by totiž kosmonaut v raketě upustil třeba dvě jablka, jedno z levé a jedno z pravé ruky, pohybovala by se vhledem k raketě přesně rovnoběžně. (Je to jasné, když se na situaci podíváme z hlediska inerciálního systému, v němž byla jablka na začátku v klidu. V klidu také zůstanou, takže jejich vzdálenost se nemění; prostě vzhledem k pohybující se raketě se budou pohybovat rovnoběžně.) Na Zemi ovšem každé jablko padá ke středu Země. (Teď zanedbáváme vliv rotace Země, představte si třeba, že stojíme na pólu.) To znamená, že při pádu se jejich vzdálenost zmenšuje. Sice málo, ale přece. To znamená, že přesným měřením můžeme rozhodnout (aniž bychom vyhlédli ven!), jestli jsme ve zrychlující raketě, nebo v raketě, která stojí na povrchu Země nebo jiné planety.
Fakticky jsme tedy zrychlováním rakety skutečné gravitační pole nevytvořili, proto ony uvozovky v nadpisu. Na tomto místě ovšem už dále naše úvahy precizovat nebudeme. (Vedly by nás směrem k obecné teorii relativity a ta je od úvodního kurzu klasické mechaniky přece jen trochu daleko. I když, trochu se jí ještě dotkneme na následující stránce…)

Jak „zrušit gravitaci": beztížný stav

Ke „zrušení" gravitace resp. jejích účinků ve zrychlené soustavě stačí, aby setrvačná síla vykompenzovala sílu gravitační. Uvažujme bednu, kosmickou loď nebo utržený výtah padající v blízkosti Země se zrychlením $\vec{g}$. Setrvačná síla v této zrychlené soustavě působící na předmět hmotnosti m bude $\vec{F}_S = -m\vec{g}$. Gravitační síla na něj působící je $\vec{F}_g = m\vec{g}$. Celková síla $\vec{F}'$ je tedy nulová, čili (viz (6.22))

$$m\vec{a}' = \vec{F}_g + \vec{F}_S = m\vec{g} + (-m\vec{g}) = 0 \ . \qquad (6.25)$$

Z hlediska padající (tedy neinerciální) soustavy je situace jasná: gravitační a setrvačná síla se odečtou, člověk se v padajícím výtahu volně vznáší[66], viz obrázek vlevo:



Na situaci se ovšem můžeme dívat i z hlediska inerciální soustavy spojené se Zemí. Tento pohled ukazuje obrázek vpravo: Výtah i člověk v něm padají se stejným zrychlením $\vec{g}$, relativní zrychlení člověka vůči výtahu je tedy nulové. Člověk se tudíž vůči výtahu pohybuje rovnoměrně přímočaře, tedy se volně vznáší.

Z jednoho i druhého popisu vychází stejný výsledek:

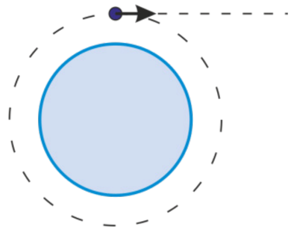
V padajícím výtahu je beztížný stav.

Samozřejmě, pokud by se člověk skutečně ocitl v padajícím výtahu, neměl by dost času (nemluvě o náladě) zkoumat beztížný stav.[67] Více času pro zážitek stavu beztíže poskytují tzv. parabolické lety, kdy se letoun nějakou dobu pohybuje jen pod vlivem zemské tíže. A nejdéle si stav beztíže užívají kosmonauti. **Družice a kosmické lodi s vypnutými motory jsou totiž vlastně stále ve stavu volného pádu.**

Pro laika může být předchozí věta těžko pochopitelná: Jestliže družice stále padá, jak to, že nespadne?[68]

[66] Jinými slovy, pohybuje se vůči němu rovnoměrně přímočaře (případně je vůči němu v klidu).
[67] Kdyby se u výtahu reálně utrhlo lano, pád by velmi rychle zabrzdily postranní kleštiny.
[68] Zkuste si na tuto otázku sami odpovědět, než otočíte na další stránku…

Naštěstí je otázka s „pádem-nepádem“ družice snadno vysvětlitelná. Kdyby družice nepadala, tedy kdyby ji nepřitahovala Země, pohybovala by se rovnoměrně přímočaře. A pokud se v určitém okamžiku pohybovala vodorovně (rovnoběžně s povrchem Země), v dalších okamžicích by se od Země víc a víc vzdalovala. Pád k Zemi (tedy dostředivé zrychlení družice) zajistí, že je nad povrchem Země stále stejně vysoko.[69]



Rozšiřující poznámka:

Tělesa padají se stejný zrychlením… Opravdu? A proč vlastně?

Celá předchozí úvaha, která nás přivedla k beztížnému stavu, stojí na faktu, že výtah i člověk v něm (nebo kosmická loď a kosmonaut) padají se stejným zrychlením. Proč je tomu tak?

Zdánlivě je odpověď jednoduchá. Gravitační síla, kterou Země o hmotnosti M působící na hmotný bod o hmotnosti m, je dána vztahem $F_g = \kappa\, mM/r^2$. Zrychlení daného bodu je podle druhého Newtonova zákona $m\,a = F$.[70] Po dosazení se hmotnost m vykrátí a dostaneme $a = \kappa\, M/r^2$, stejné pro všechny hmotné body.

Jenže: Proč je vlastně stejná hmotnost m v Newtonově gravitačním zákoně i v 2. Newtonově zákoně? Vždyť každý popisuje úplně jinou věc: jeden sílu, kterou se hmotné body přitahují, a druhý zrychlení, které působící síla (libovolného charakteru) hmotnému bodu udělí. V principu by v obou zákonech mohly být jiné veličiny: Ve 2. Newtonově zákoně *setrvačná hmotnost* m_S a v gravitačním zákoně *gravitační hmotnost* m_G. Takže by bylo $m_S\, a = F$ a $F_g = \kappa\, m_G M/r^2$. Zrychlení padajícího tělesa by pak bylo $a = \left(\kappa\, M/r^2\right)\cdot m_G/m_S$. A pokud by pro tělesa z různých materiálů byl poměr m_G/m_S různý, padala by s různým zrychlením. Takže skutečnost, že všechna tělesa padají se stejným zrychlením, není vůbec samozřejmá! A je potřeba ji testovat experimentálně a snažit se ji vysvětlit teoreticky.

Toho, že různá tělesa padají se stejným zrychlením, si všiml už Galileo Galilei, pokusy to ověřoval Isaac Newton a pak, s postupně rostoucí přesností, řada dalších fyziků. Lorand von Eötvös již před více než sto lety dosáhl přesnosti řádu 10^{-9} (!), ve druhé polovině minulého století stoupla přesnost experimentů na 10^{-12}.

Zmíněné pokusy jsou důležité jako jedny z testů obecné teorie relativity. Ta skutečnost, že tělesa[71] padají se stejným zrychlením, vysvětluje prostě tak, že (volně řečeno) jde o nejpřirozenější pohyb v zakřiveném prostoročase. Ale to už jsme opravdu daleko od klasické mechaniky…[72]

---

[69] Pro družice s kruhovou oběžnou drahou.
Dopočítejte si zde nastíněnou úvahu podrobněji, ať je vám jasné, že vychází i kvantitativně.

[70] Počítáme zrychlení vůči inerciálnímu systému a jde nám o velikost zrychlení; směr je jasný.

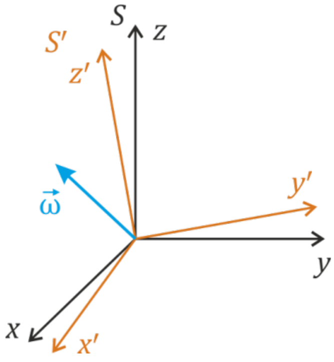
[71] Přesněji: malá tělesa, která můžeme považovat za tzv. testovací částice.

[72] Takže pokud vám tento poslední odstavec přišel nesrozumitelný, klidně to ignorujte.

6.3 Rotující soustavy

Důležitým případem neinerciálních soustav jsou soustavy rotující[73]. Příkladem může být kolotoč v lunaparku – ale podobným „kolotočem“ je i naše Země.

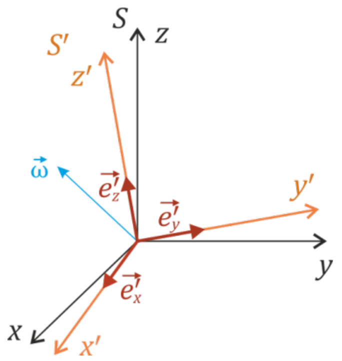
Pro popis pohybu hmotného bodu v obou soustavách (inerciální a rotující) budeme opět hledat způsob, jak přepočítat souřadnice z jedné soustavy do druhé – a poté, jak přepočítat rychlosti a zrychlení.



Nechť soustava S je inerciální, její osy budeme značit x, y a z. Vůči ní se okolo společného počátku otáčí neinerciální soustava S', její osy označíme x', y' a z'. Úhlová rychlost rotace soustavy S' je $\vec{\omega}$. Situaci ilustruje obrázek vpravo.[74]

Poznamenejme, že v konkrétních příkladech většinou půjde o rotaci kolem pevné osy, ale následující odvození bude platit obecně, i v případech, kdy by se směr vektoru $\vec{\omega}$ měnil.

Pro další výpočty budeme potřebovat jednotkové vektory mířící do jednotlivých os[75]. A to zejména jednotkové vektory ve směru os rotující soustavy. Budeme je označovat $\vec{e}_x{}'$, $\vec{e}_y{}'$, $\vec{e}_z{}'$, viz obrázek vlevo.

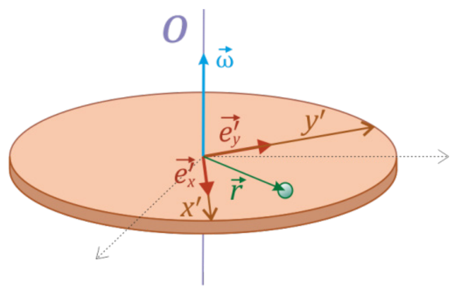


Do směrů os x', y' a z' budeme rozkládat polohový vektor $\vec{r}$.[76] Rozklad je vlastně stejný, jako jsme ho dělali už v kapitole 1, jen ho teď provádíme v rotující soustavě:

$$\vec{r} = x'\vec{e}_x{}' + y'\vec{e}_y{}' + z'\vec{e}_z{}' \, . \tag{6.26}$$

x', y' a z' jsou souřadnice v soustavě S', tedy souřadnice „na kolotoči“.

Vektory $\vec{e}_x{}'$, $\vec{e}_y{}'$ a $\vec{e}_z{}'$ ovšem už nejsou pevné[77], ale rotují spolu se soustavou „kolotoče“ S'. Pro názornost si je můžeme představit v konkrétním případě opravdu nakreslené na podlahu kolotoče, jak to ukazuje obrázek.



Protože vektory $\vec{e}_x{}'$, $\vec{e}_y{}'$, $\vec{e}_z{}'$ rotují spolu se soustavou S' (v našem příkladu spolu s kolotočem), závisí na čase: $\vec{e}_x{}' = \vec{e}_x{}'(t)$, $\vec{e}_y{}' = \vec{e}_y{}'(t)$, … a jejich derivace podle času (kterou budeme v dalším výpočtu potřebovat) je různá od nuly. Určíme ji velmi jednoduše. Protože jde o vektory spojené s tělesem, musí pro ni platit vztah (5.17), který jsme již v předchozí kapitole

[73] Tj. rotující vzhledem k inerciálním soustavám.

[74] Pokud vám tento popis připadá na začátek trochu moc abstraktní (a on abstraktní opravdu je), představte si prostě S jako soustavu spojenou s lunaparkem a S' jako soustavu spojeno s kolotočem. (Třeba s takovým, co jsou na něm koníčci, autíčka a labutě. Ne že bychom chtěli zavádět neinerciální systémy do učiva mateřské školy, ale názorná představa leckdy pomáhá…) Obě soustavy mají společný počátek, ten je na ose kolotoče.

[75] Tedy vektory báze.

[76] Půjde o polohový vektor libovolného bodu, jehož poloha, rychlost a zrychlení nás budou zajímat – třeba člověka, který bude chodit po kolotoči, kamene hozeného na rotující Zemi apod.

[77] Přesněji: nejsou v klidu vůči inerciálnímu systému.

odvodili pro rychlost hmotného bodu rotujícího tělesa. Daný vztah zněl $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, což je $\dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.
Vektor $\vec{r}$ tam byl polohový vektor bodu pevně spjatého s rotujícím tělesem. Takovými vektory jsou teď $\vec{e}_x{}'$, $\vec{e}_y{}'$ a $\vec{e}_z{}'$. To znamená, že platí

$$\frac{d\vec{e}_x{}'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{e}_x{}' \ , \quad \frac{d\vec{e}_y{}'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{e}_y{}' \ , \quad \frac{d\vec{e}_z{}'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{e}_z{}' \ . \tag{6.27}$$

Transformace rychlosti

Pro výpočet rychlosti budeme (6.26) derivovat podle času:

$$\vec{r} \; = \; x'\vec{e}_x{}' + y'\vec{e}_y{}' + z'\vec{e}_z{}' \quad \Big/ \frac{d}{dt}$$

Získáme tak

$$\vec{v} \; = \; \frac{d\vec{r}}{dt} \; = \; \frac{d}{dt}\left(x'\vec{e}_x{}' + y'\vec{e}_y{}' + z'\vec{e}_z{}'\right) \; = \; \underbrace{\frac{dx'}{dt}}_{v'_x}\vec{e}_x{}' + x'\underbrace{\frac{d\vec{e}_x{}'}{dt}}_{\vec{\omega}\times\vec{e}_x{}'} + \underbrace{\frac{dy'}{dt}}_{v'_y}\vec{e}_y{}' + y'\underbrace{\frac{d\vec{e}_y{}'}{dt}}_{\vec{\omega}\times\vec{e}_y{}'} + \ldots =$$

$$= v'_x\,\vec{e}_x{}' + x'\vec{\omega}\times\vec{e}_x{}' + v'_y\,\vec{e}_y{}' + y'\vec{\omega}\times\vec{e}_y{}' + v'_z\,\vec{e}_z{}' + z'\vec{\omega}\times\vec{e}_z{}' \; = \tag{6.28}$$

$$= \underbrace{v'_x\,\vec{e}_x{}' + v'_y\vec{e}_y{}' + v'_z\,\vec{e}_z{}'}_{\vec{v}\,'} + \vec{\omega}\times\underbrace{\left(x'\vec{e}_x{}' + y'\vec{e}_y{}' + z'\vec{e}_z{}'\right)}_{\vec{r}}$$

Při úpravě jsme označili $\dfrac{dx'}{dt} \overset{\text{ozn.}}{=} v'_x$, $\dfrac{dy'}{dt} \overset{\text{ozn.}}{=} v'_y$ a podobně pro z-ovou složku. Jde o **složky rychlosti hmotného bodu vůči rotující soustavě** S'.[78]

To znamená, že $\boxed{\vec{v}\,' \; = \; v'_x\,\vec{e}_x{}' + v'_y\vec{e}_y{}' + v'_z\,\vec{e}_z{}'}$ **je vektor rychlosti bodu vůči rotující soustavě** S'.

Úprava (6.28) nás dovedla k výslednému vztahu pro **transformaci rychlosti**:

$$\boxed{\vec{v} \; = \vec{v}\,' + \vec{\omega} \times \vec{r}} \tag{6.29}$$

Vlastně je to výsledek docela přirozený a na příkladu lunaparku, kolotoče a člověka, který po kolotoči chodí, ho lze formulovat velmi lapidárně:

> Rychlost člověka vůči lunaparku je součtem rychlosti člověka vůči kolotoči
> a rychlosti, s jakou se pohybuje podlaha kolotoče v místě, kde člověk zrovna je.

(Zkuste si sami slovně zformulovat význam výsledku (6.29) bez odkazů na lunapark a kolotoč, dříve než se podíváte na následující poznámku pod čarou. [79])

---

[78] Představte si síť souřadnic x' a y' nakreslenou na kolotoči. v'_x říká, jak rychle se s časem mění souřadnice x', tedy jak rychle se náš bod pohybuje ve směru osy x'; je to tedy opravdu složka jeho rychlosti vzhledem ke kolotoči.

[79] Třeba takto: Rychlost vůči inerciální soustavě S je součtem rychlosti bodu vůči rotující soustavě S' a rychlosti, kterou rotující soustava „unáší“ daný bod (resp. rychlosti, jakou by ho unášela, kdyby byl vůči S' v klidu).

Transformace zrychlení

Pro výpočet zrychlení budeme derivovat rychlost podle času, v (6.29) ale pro další úpravy nejprve rozepíšeme $\vec{\upsilon}\,'$ do složek:

$$\vec{\upsilon} = \upsilon'_x\,\vec{e}_x{}' + \upsilon'_y\vec{e}_y{}' + \upsilon'_z\,\vec{e}_z{}' + \vec{\omega}\times\vec{r} \qquad \Big/ \frac{d}{dt} \tag{6.30}$$

A budeme derivovat a upravovat…[80] :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\upsilon'_x\,\vec{e}_x{}' + \upsilon'_y\vec{e}_y{}' + \upsilon'_z\,\vec{e}_z{}' + \vec{\omega}\times\vec{r}\right) = \underbrace{\frac{d\upsilon'_x}{dt}}_{a'_x}\vec{e}_x{}' + \upsilon'_x\underbrace{\frac{d\vec{e}_x{}'}{dt}}_{\vec{\omega}\times\vec{e}_x{}'} + \ldots + \frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times\underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{\vec{\upsilon}} =$$

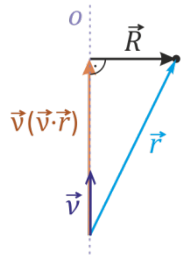
$$= \underbrace{a'_x\,\vec{e}_x{}' + a'_y\,\vec{e}_y{}' + \ldots}_{\vec{a}\,'} + \vec{\omega}\times\underbrace{\left(\upsilon'_x\,\vec{e}_x{}' + \upsilon'_y\vec{e}_y{}' + \ldots\right)}_{\vec{\upsilon}\,'} + \frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times\left(\vec{\upsilon}\,' + \vec{\omega}\times\vec{r}\right) = \tag{6.31}$$

$$= \vec{a}\,' + \frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r} + 2\vec{\omega}\times\vec{\upsilon}\,' + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$$

Při úpravě jsme označili $\frac{d\,\upsilon'_x}{dt} \overset{\text{ozn.}}{=} a'_x$ a podobně pro y-ovou a z-ovou složku. Jde o **složky zrychlení hmotného bodu vůči rotující soustavě** S'.

To znamená, že $\boxed{\vec{a}\,' = a'_x\,\vec{e}_x{}' + a'_y\,\vec{e}_y{}' + a'_z\,\vec{e}_z{}'}$ **je vektor zrychlení bodu vůči rotující soustavě** S'.

Pro lepší interpretaci výsledku upravíme ještě poslední člen v (6.31). Je totiž (viz (5.16) v kapitole 5): $\vec{\omega} = \omega\vec{\nu}$, kde $\vec{\nu}$ je jednotkový vektor ve směru osy rotace a ω je velikost úhlové rychlosti. Je tedy [81] $\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) = \omega^2\,\vec{\nu}\times\left(\vec{\nu}\times\vec{r}\right) = \omega^2\left(\vec{\nu}\left(\vec{\nu}\cdot\vec{r}\right) - \vec{r}\left(\vec{\nu}\cdot\vec{\nu}\right)\right) =$ $= \omega^2\left(\vec{\nu}\left(\vec{\nu}\cdot\vec{r}\right) - \vec{r}\right) = \omega^2\left(-\vec{R}\right)$, kde $\vec{R}$ je vektor jdoucí od osy rotace kolmo k „našemu“ bodu, viz obrázek.



Pro stručnost zápisu ještě budeme časovou derivaci $\vec{\omega}$ značit tečkou, tedy místo $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ psát $\dot{\vec{\omega}}$. Výsledný vztah pro transformaci zrychlení tedy nakonec bude mít tvar

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}\,' + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} + 2\vec{\omega}\times\vec{\upsilon}\,' - \vec{R}\,\omega^2} \tag{6.32}$$

[80] Podobně jako při úpravách výše nevypisujeme detailně členy s y-ovými a z-ovými složkami, které jsou analogické členům s x-ovými složkami. Pokud by vám to přišlo přehlednější, užijte místo indexů x, y a z číselné indexy 1, 2 a 3; pak můžete psát $\vec{\upsilon} = \sum_{i=1}^{3}\upsilon'_i\,\vec{e}_i{}' + \vec{\omega}\times\vec{r}$ a v následných úpravách: $\vec{a} = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{3}\upsilon'_i\,\vec{e}_i{}' + \vec{\omega}\times\vec{r}\right) =$

$$= \sum_{i=1}^{3}\frac{d}{dt}\left(\upsilon'_i\,\vec{e}_i{}'\right) + \frac{d}{dt}\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) = \sum_{i=1}^{3}\frac{d\upsilon'_i}{dt}\vec{e}_i{}' + \sum_{i=1}^{3}\upsilon'_i\frac{d\vec{e}_i{}'}{dt} + \frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times\frac{d\vec{r}}{dt} = \ldots$$

[81] Při úpravě používáme vzorec „bac mínus cab“ a skutečnost, že $\vec{\nu}$ je jednotkový vektor.

Zrychlení bodu vůči inerciálnímu systému je tedy dáno jako součet jeho zrychlení vůči rotujícímu systému a tří dalších členů. Tyto členy je zvykem označovat následujícími jmény[82]:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \underbrace{\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}}_{\text{Eulerovo zrychlení}} + \underbrace{2\vec{\omega}\times\vec{v}\,'}_{\text{Coriolisovo zrychlení}} \underbrace{-\vec{R}\,\omega^2}_{\text{dostředivé zrychlení}} \qquad (6.33)$$

Druhý Newtonův zákon v rotující soustavě

Druhý Newtonův zákon přepíšeme do rotující soustavy stejně, jako jsme to dělali u zrychlených přímočaře se pohybujících soustav: Vynásobíme (6.33) hmotností m hmotného bodu a využijeme toho, že v inerciální soustavě platí $m\vec{a} = \vec{F}$. Dostaneme[83]

$$m\vec{a}' + m\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r} + 2m\vec{\omega}\times\vec{v}\,' - m\vec{R}\,\omega^2 = \vec{F} \qquad (6.34)$$

Opět bychom raději měli i v rotující soustavě tento zákon ve tvaru „hmotnost krát zrychlení = síla“ a opět ho můžeme do tohoto tvaru převést tím, že členy z levé strany (6.34) převedeme na pravou[84]:

$$\boxed{m\vec{a}' = \vec{F} + \underbrace{m\vec{r}\times\dot{\vec{\omega}}}_{\text{Eulerova síla}} + \underbrace{2m\vec{v}\,'\times\vec{\omega}}_{\text{Coriolisova síla}} + \underbrace{m\vec{R}\,\omega^2}_{\text{odstředivá síla}}} \qquad (6.35)$$

Dodatečné členy jsou opět setrvačné síly; jak vidíme, mají své vlastní názvy odpovídající výše uvedeným členům ve zrychlení – ale samozřejmě, poslední síla teď míří od osy, tedy „od středu“, proto se nazývá odstředivá síla.

Odstředivá síla

Odstředivou sílu v rotující soustavě pociťujeme, i když jsme vůči této soustavě v klidu[85] a úhlová rychlost rotace je konstantní (tedy nemění velikost ani směr[86]). Využívá se například při tréninku kosmonautů na centrifugách ale také při odstřeďování v obyčejné pračce.

Odstředivou sílu také samozřejmě „pociťují“ všechny předměty na rotující Zemi – fakticky tato síla „může za rozdíl“ mezi gravitační a tíhovou silou. Přesněji řečeno, **tíhová síla je součtem síly gravitační[87] a odstředivé síly[88]**. Způsobuje, že Země je na pólech poněkud zploštělá, že olovnice

[82] Ve dvou případech podle fyziků, v posledním případě proto, že míří směrem k ose.
(Příkladem dostředivého zrychlení je zrychlení člověka, který sedí na koníčku v rovnoměrně se otáčejícím kolotoči. Fakticky jsme se s tímto zrychlením už setkali v první kapitole při popisu rovnoměrného pohybu po kružnici.)

[83] Ještě přitom přehodíme pravou a levou stranu vztahu (6.33).

[84] Změnu znaménka u členů, v nichž jsou vektorové součiny, přitom zařídíme přehozením pořadí členů, např. $-\vec{\omega}\times\vec{v}\,' = \vec{v}\,'\times\vec{\omega}$.

[85] Například sedíme na koníčku na kolotoči.

[86] Kolotoč ani nezrychluje ani nezpomaluje svou rotaci ani nikdo nenaklání jeho osu.

[87] Tedy pravé síly, jíž daný předmět přitahuje Země.

[88] Tedy setrvačné síly v rotující soustavě spojené se Zemí.

neukazuje přesně do středu Země, a že stejné závaží váží na rovníku o něco méně, než na pólu. Rozdíly jsou ovšem malé. Vůči inerciálnímu systému se Země otáčí s periodou asi 86 154 s [89], takže její úhlová rychlost je $\omega = 2\pi/T \doteq 7{,}29\times10^{-5}\,\mathrm{s}$. Velikost dostředivého zrychlení na rovníku je $R\omega^2 \doteq$ $\doteq 0{,}034\ \mathrm{m/s^2}$, tedy něco přes tři tisíciny normálního tíhového zrychlení g. To znamená, že na kilogramové závaží působí na rovníku směrem vzhůru odstředivá síla asi 0,034 N.[90]

Tíhová síla se tedy na rovníku a na pólu liší – ve skutečnosti ještě více, než jsme uvedli výše, protože na pólu je díky zploštění Země gravitační síla o něco vyšší než na rovníku. Celkový rozdíl je asi pět tisícin. Tento rozdíl můžeme také popsat tak, že na pólu je o něco vyšší tíhové zrychlení g než na rovníku, asi o 0,5 %.

Než půjdeme k dalším silám, připomeňme a zdůrazněme ještě jednou:

Odstředivá síla je setrvačná síla, která se uplatňuje jen v rotující soustavě.
V inerciální soustavě žádná odstředivá síla neexistuje!

Proč tedy pračka reálně odstředí prádlo? Respektive, jak toto odstředění vysvětlit z hlediska inerciální soustavy, když v ní žádná odstředivá síla není? (Odpovězte si na tuto otázku sami dřív, než se podíváte na vysvětlení v poznámce[91].)

Eulerova síla

Eulerova síla se uplatňuje, když se mění úhlová rychlost rotující soustavy. Například kdybyste seděli na koníčku na stojícím kolotoči[92] a kolotoč začal rotovat s velkým úhlovým zrychlením.[93] Zatlačí vás to dozadu, nebo z koníka dokonce přepadnete nazad.

Pozorovatel stojící vně kolotoče (tedy pozorovatel, který vše popisuje z hlediska inerciálního systému) ovšem popíše váš pád jinak[94]: Vy jste prostě setrvali v klidu a kolotoč s koníkem pod vámi podjel.

Coriolisova síla

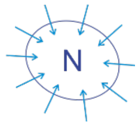
Coriolisova síla se v rotujícím systému uplatňuje jen u předmětů, které se vůči rotující soustavě pohybují, tedy mají $\vec{v}' \neq 0$.

Příkladem může být člověk chodící po rotujícím kolotoči nebo míček, který z obvodu rotujícího kolotoče hodíte směrem na střed[95]. Coriolisova síla míček vychýlí ze směru, kterým jste ho hodili. Situaci lze samozřejmě opět popsat a vysvětlit i z hlediska inerciální soustavy. Pozorovatel stojící vně kolotoče uvidí, že míček nebyl hozen na střed: jeho rychlost se totiž skládá z rychlosti hodu a rychlosti, kterou byl házející člověk unášen kolotočem. A tato unášivá rychlost má směr tečny k obvodu kolotoče, je tedy kolmá na směr ke středu.

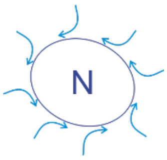
[89] Tohle číslo se rozhodně nemusíte ke zkoušce učit nazpaměť… ☺
[90] Když tedy na rovníku nakoupíte zlato a budete ho prodávat na pólu, budete o víc než tři gramy zlata bohatší! Ovšem musíte ho vážit na pružinových vahách, na rovnoramenných vahách nebo na decimálce, kde zboží vyvažujete jiným závažím, to fungovat nebude. ☺ (Také jsme v naší úvaze pominuli, že prodejci a kupující by asi své pružinové či digitální váhy měli zkalibrované na místní podmínky.)
[91] Voda z prádla na obvodu bubnu pokračuje skrz díry v bubnu v rovnoměrném přímočarém pohybu, to jenom prádlo je donuceno (silou, kterou na něj v dostředivém směru působí buben) pohybovat se po kružnici.
[92] Už tenhle příklad nějak moc opakujeme... Nebolí vás už z toho pozadí?
[93] Skutečné kolotoče to asi neumí, ale představte si, že majitel kolotoče do něj namontoval supersilný motor, abyste si užili Eulerovy síly.
[94] Protože v jeho systému žádná Eulerova síla neexistuje!
[95] Pokud jste to ještě nedělali, zkuste si to; pokud míříte na střed, určitě se do něj nestrefíte!

„Kolotočem“ je ovšem, jak už jsme zmínili výše, i rotující Země. I na ní se Coriolisova síla uplatňuje. Při házení míčkem nebo kamenem ji můžeme zanedbat; dělostřelci s ní ovšem musí počítat. Jejím důsledkem je, že vržený kámen nebo vystřelený náboj jsou na severní polokouli odchylovány doprava, na jižní doleva.[96]

Coriolisova síla má na Zemi ovšem i mnohem podstatnější důsledky; týkají se počasí. Představme si, že na některém místě na Zemi vznikne tlaková níže. Bez Coriolisovy síly by se prostě vzduch ze všech stran, z míst s vyšším tlakem, nahrnul dovnitř a tlakový rozdíl by se rychle vyrovnal, viz obrázek vpravo.



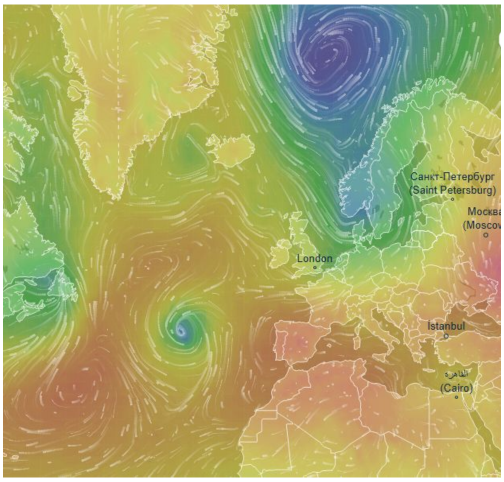
Coriolisova síla ovšem na severní polokouli vychyluje proudící vzduch doprava vzhledem ke směru pohybu. Vítr, který by bez Coriolisovy síly vál směrem do tlakové níže, je tedy vychylován doprava (vzhledem ke svému původnímu směru) a místo aby proudil do tlakové níže, začne ji obíhat. Výsledkem je, že nakonec **vítr vane kolem tlakové níže**, „obíhá ji“ (na severní polokouli) **proti směru hodinových ručiček**.[97]



U **tlakové výše** je tomu přesně naopak: na severní polokouli **vítr vane kolem ní ve směru hodinových ručiček**.

Na jižní polokouli je to přesně obráceně: Kolem tlakové níže vane vítr ve směru hodinových ručiček, kolem tlakové výše proti směru hodinových ručiček.

Směry větru jsou dobře vidět třeba na webu www.ventusky.com, příklad ukazuje následující stažený obrázek[98]:



Tlak vzduchu je obrázku vyznačen barvou, modrá znamená nejnižší tlak, červená nejvyšší. (To, jaká veličina bude barvou zobrazena, lze na dané stránce přepnout.) Statický obrázek ovšem nemůže nahradit animaci na dané stránce; směr větru je opravdu nejlépe vidět na pohybujících se šipkách.

Připomeňme, že Coriolisovu sílu lze užít i k vysvětlení pohybu **Foucaultova kyvadla**. Jde o kyvadlo, jehož rovina kyvu se během dne stáčí. Nejnázornější vysvětlení ovšem dává, alespoň pro Foucaultovo kyvadlo na severním pólu, pohled z inerciální soustavy: Kyvadlo prostě vzhledem k inerciální soustavě kmitá stále ve stejné rovině a Země se pod ním podtáčí.

[96] Rozmyslete si sami, že Coriolisova síla $\vec{F}_C = 2m\,\vec{v}\,' \times \vec{\omega}$ míří na severní polokouli opravdu doprava vzhledem ke směru rychlosti.

[97] Poznámka pro upřesnění: Když vítr obíhá tlakovou níži ve vyznačeném směru, snaží se ho Coriolisova síla stále zahýbat doprava, tedy od tlakové níže. Ovšem proti tomu působí rozdíl tlaků vzduchu v okolí (kde je tlak vyšší) a v samotné tlakové níži. Tento tlakový gradient naopak tlačí vzduch směrem k tlakové níži; obě působení se vyrovnávají. (Proto v místech, kde je silný tlakový gradient – na mapě znázorňující izobary to poznáme tak, že jsou hodně nahuštěné – vane vítr velkou rychlostí. Coriolisova síla totiž musí vyrovnat velký spád tlaku.)

[98] Zdroj: https://www.ventusky.com, staženo 3. 12. 2018 v 17:58

Shrnutí

Inerciální systémy (IS):

Klasický princip relativity: Všechny IS jsou rovnoprávné z hlediska klasické mechaniky. (Mechanickými pokusy nelze od sebe rozlišit různé IS; tj. libovolný stejně připravený mechanický pokus dá ve všech IS stejné výsledky. Zákony klasické mechaniky mají ve všech IS stejný tvar.)

Galileiho transformace:

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - v t \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}\right\} \quad \vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{v}\, t$$

Transformace rychlostí:

$$\left.\begin{aligned} u'_x &= u_x - v \\ u'_y &= u_y \\ u'_z &= u_z \end{aligned}\right\} \quad \vec{u}\,' = \vec{u} - \vec{v}$$

Transformace zrychlení:

$$\vec{a}\,' = \vec{a}$$

(Jde o speciální Galileiho transformaci, při níž jsou trojhrany os rovnoběžné, v čase $t = 0$ splývaly a rychlost $\vec{v}$ je rovnoběžná s osou *x*. Vektorové vztahy platí i pro obecnou Galileiho transformaci.)
Čas je ve všech IS stejný: $t' = t$.
Inverzní transformace jsou transformace z S' do S: $x = x' + v t$, atd.

Neinerciální systémy – zrychlený přímočarý pohyb:

Transformace souřadnic:

$$\begin{aligned} x' &= x - \tilde{x}(t) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned}$$

Transformace rychlostí:

$$\left.\begin{aligned} u'_x &= u_x - \tilde{v}(t) \\ u'_y &= u_y \\ u'_z &= u_z \end{aligned}\right\} \quad \vec{u}\,' = \vec{u} - \vec{\tilde{v}}(t)$$

Transformace zrychlení:

$$\vec{a}\,' = \vec{a} - \vec{\tilde{a}}$$

(Transformace souřadnic a složek rychlostí je uvedena pro pohyb zrychlené soustavy S' vůči inerciální soustavě S ve směru osy *x*; vektorové vztahy pro transformaci rychlosti a zrychlení platí obecně.)

Druhý Newtonův zákon ve zrychlené soustavě S':

$$m\,\vec{a}\,' = \vec{F} + \left(-m\,\vec{\tilde{a}}\right)$$

Setrvačná síla:

$$\vec{F}_S = -m\,\vec{\tilde{a}}$$

(Aplikace: vytvoření „gravitace" ve zrychlující raketě, beztížný stav, …)

Rotující systémy:

Transformace z rotující soustavy S' do inerciální soustavy S:

Transformace rychlostí:

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Transformace zrychlení:

$$\vec{a} = \vec{a}\,' + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + 2\,\vec{\omega} \times \vec{v}\,' - \vec{R}\,\omega^2$$

(Eulerovo, Coriolisovo a dostředivé zrychlení)

Druhý Newtonův zákon v rotující soustavě S':

$$m\,\vec{a}\,' = \vec{F} + m\,\vec{r} \times \dot{\vec{\omega}} + 2m\,\vec{v}\,' \times \vec{\omega} + m\,\vec{R}\,\omega^2$$

Setrvačné síly:

$\vec{F}_E = m\,\vec{r} \times \dot{\vec{\omega}}$ .... Eulerova

$\vec{F}_C = 2m\,\vec{v}\,' \times \vec{\omega}$ .... Coriolisova

$\vec{F}_o = m\,\vec{R}\,\omega^2$ .... odstředivá

(Aplikace: centrifuga, rozdíl tíhová – gravitační síla, meteorologie, …)

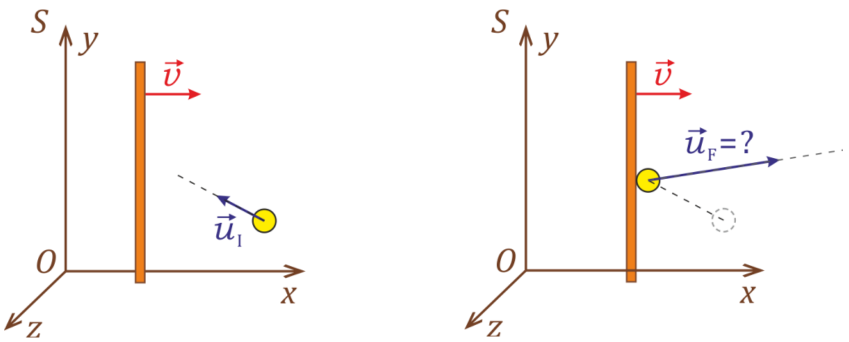
V inerciálních soustavách nejsou žádné setrvačné síly!

=> Vždy je třeba říci, zda situaci popisujeme z hlediska inerciálního nebo neinerciálního systému.

Dodatek 6.A: Odraz míčku od pohybující se stěny

V tomto dodatku si ukážeme jednoduchý příklad ilustrující, že transformace rychlosti, jakkoli jsou velmi jednoduché, mohou být velmi užitečné při řešení konkrétního problému – a že se někdy vyplatí vybrat si vhodný systém, v němž problém budeme řešit.[99]

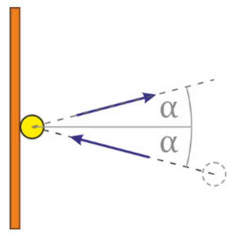
Problémem, o který půjde, je odraz míčku od pohybující se stěny, viz obrázek.



Odraz míčku od pohybující se stěny: situace před odrazem a po odrazu

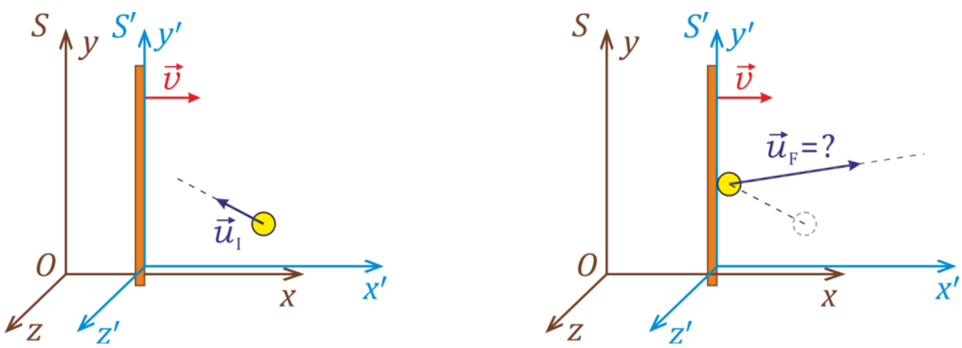
Budeme uvažovat ideálně pružný odraz a míček budeme brát jako hmotný bod. Známe rychlost míčku před dopadem, označíme ji $\vec{u}_I$.[100] Máme určit rychlost míčku po odrazu, $\vec{u}_F$.

Kdyby se stěna nepohybovala, odpověď známe: úhel odrazu se rovná úhlu dopadu a velikost rychlosti je po odrazu stejná, jako byla před dopadem,[101] viz obrázek vpravo.



? Ale jak tomu bude v případě, že se stěna pohybuje?

Pomůže nám transformace mezi inerciálními systémy. Se stěnou spojíme systém S'. Vůči systému S, v němž jsme situaci popsali výše, se stěna i systém S' pohybují rychlostí v ve směru osy x:



[99] To neznamená, že by takový inerciální systém byl nějak obecně privilegován. (Klasický princip relativity pořád platí!) Ale v konkrétní situaci může být řešení problému v určitém speciálním systému výrazně snazší, než v jiných.

[100] Index I je označuje, že jde o rychlost „iniciální“ (tedy počáteční, před dopadem). Podobně index F bude označovat, že jde o rychlost finální (tedy konečnou, po odrazu).

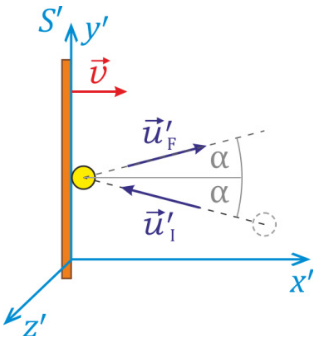
[101] Takhle jednoduše je to samozřejmě jen v uvažovaném případě, kdy pro jednoduchost míček bereme jako hmotný bod, neuvažujeme tedy jeho rotaci. U reálného míčku konečných rozměrů by se díky tření o stěnu míček začal při odrazu otáčet, takže velikost jeho rychlosti by při odrazu klesla a ani úhel odrazu by se přesně nerovnal úhlu dopadu. (Nad problémem reálného odrazu míčku od nepohyblivé stěny se můžete zamyslet sami; my zde ukážeme, jak z odrazu na nepohyblivé stěně určit, jak vypadá odraz na stěně, která se pohybuje.)

Rychlost míčku před dopadem máme zadánu v systému S:

$$\vec{u}_I = \left(u_{Ix}, u_{Iy}\right) \quad . \tag{6.A.1}$$ [102]

Pomocí transformace rychlosti (6.6) ji můžeme přetransformovat do systému S': [103]

$$\begin{aligned} u'_{Ix} &= u_{Ix} - \upsilon \\ u'_{Iy} &= u_{Iy} \end{aligned} \quad . \tag{6.A.2}$$



V systému S' je stěna v klidu, takže ze složek rychlosti před dopadem můžeme jednoduše určit složky rychlosti po odrazu:

$$\begin{aligned} u'_{Fx} &= -u'_{Ix} \\ u'_{Fy} &= u'_{Iy} \end{aligned} \quad . \tag{6.A.3}$$ [104]

Dosazením (6.A.2) do (6.A.3) dostaneme finální složky rychlosti v systému S':

$$\begin{aligned} u'_{Fx} &= -\left(u_{Ix} - \upsilon\right) = -u_{Ix} + \upsilon \\ u'_{Fy} &= u_{Iy} \end{aligned} \tag{6.A.4}$$

No, a pak už není nic jednoduššího, než finální složky rychlosti zase zpátky přetransformovat do systému S: [105]

$$\begin{aligned} u_{Fx} &= u'_{Fx} + \upsilon = -u_{Ix} + 2\upsilon \\ u_{Fy} &= u'_{Fy} = u_{Iy} \end{aligned} \quad . \tag{6.A.5}$$

A máme výsledek! Určit úhel, pod kterým odletí míček (např. úhel mezi rychlostí míčku po odrazu a kolmicí ke stěně) je už jen jednoduchá trigonometrie.[106]

[102] Soustavu os natočíme tak, aby složka rychlosti do směru osy z byla nulová, problém tedy budeme řešit jako dvourozměrný; z-ové složky rychlosti nebudeme vůbec psát.

[103] Jednodušeji řečeno: Z rychlosti míčku v soustavě S spočteme jeho rychlost v soustavě S'. (Nebo ještě jinak: Z rychlosti míčku *vůči* soustavě S spočteme jeho rychlost *vůči* soustavě S'.)

[104] Rozmyslete si, že toto opravdu odpovídá situaci, kdy úhel odrazu se rovná úhlu dopadu a velikost rychlosti zůstane stejná.

[105] Užíváme přitom inverzní transformace rychlosti (6.8).

[106] Možná na vás uvedené odvození působí až triviálně a říkáte si, proč se takovouto jednoduchou věcí zabývat. Uvedený přístup využívající transformaci rychlosti lze ale uplatnit i mimo klasickou mechaniku. Například ve speciální teorii relativity můžeme analogicky řešit otázku, pod jakým úhlem se světlo odráží od pohybujícího se zrcadla. Světelný paprsek je v tomto případě užitečné si představit jako proud fotonů. Jejich rychlost přetransformujeme do systému, v němž zrcadlo stojí, použijeme zákon odrazu a rychlost fotonů po odrazu přetransformujeme zase zpátky do původního systému. Jen při transformacích rychlosti nesmíme použít vztahy klasické mechaniky, které jsme užívali pro míček, ale vztahy pro transformaci rychlosti ve speciální relativitě. (Seznámíme se s nimi už v příští kapitole.)

Dodatek 6.B: Lze vztažnou soustavu spojenou se Zemí považovat za inerciální? *

Na první pohled je odpověď na otázku položenou v titulku jasné NE. Země se otáčí[107], jakákoli soustava s ní pevně spojená je tedy také rotující, a tudíž neinerciální. Důsledky jsme ostatně diskutovali i v této kapitole, například pohyb Foucaultova kyvadla nebo pohyb vzdušných mas mezi tlakovou výší a níží.

Přesto v řadě situací pracujeme ve vztažných soustavách spojených s povrchem Země, jako by šlo o soustavy inerciální. **Jak si to můžeme dovolit?**

Přesnější by ovšem bylo ptát se, **kdy** si to můžeme dovolit, tedy za jakých okolností, resp. do jaké míry. Zřejmě to lze udělat tehdy, když efekty dané rotací Země můžeme zanedbat.[108] Situaci budeme popisovat z hlediska rotující Země, půjde tedy o efekty dané odstředivou, Coriolisovou a Eulerovou silou. Pojďme se podívat, jak to s nimi je.

Vliv odstředivé síly

S odstředivou silou se umíme vypořádat jednoduše, jak jsme to už ukázali výše v části 6.3. Prostě ji připočteme ke gravitační síle a řekneme, že na tělesa na rotující Zemi působí tíhová síla. Tím máme vliv odstředivé síly vyřešený a nemusíme se jím dále zabývat.

Dodejme ovšem, že popis pomocí tíhové síly je rozumný pro tělesa na Zemi a v její blízkosti. Raději bychom přitom měli zdůraznit, že *v dostatečně těsné blízkosti*. Bylo by totiž absurdní a zbytečně složité počítat v soustavě spojené se Zemí pomocí tíhové síly třeba pohyb Měsíce.[109] Nemluvě o tom, kdybychom takhle chtěli počítat pohyb vzdálených hvězd; je jasné, že na to se soustava spojená se Zemí opravdu nehodí.

Vliv Eulerovy síly

Ze vztahu (6.35) vidíme, že Eulerova síla je úměrná úhlovému zrychlení $\dot{\vec{\omega}}$. Úhlová rychlost Země se však příliš nemění. Dlouhodobé prodlužování dne dané slapovým působením Měsíce je asi 1,8 ms za století, tomu odpovídající Eulerova síla je zcela zanedbatelná. Změny periody rotace Země se odehrávají i na kratších časových škálách. Uvádí se například, že velké zemětřesení může změnit délku dne o řádově jednotky mikrosekund, vliv mají například i sezónní změny sněhové pokrývky a

[107] Pozor, uvědomili jste si, že jsme neřekli, *vůči čemu* se otáčí? Ono se to běžně takhle říká; konec konců ani ve známém Galileovu výroku „A přece se točí!“ není řečeno vůči čemu. (Teď necháme stranou skutečnost, že tento výrok je nejspíš Galileovi jen přisuzován. Ale i kdyby to takto řekl, těžko si představit, že by se nějaký kardinál či jiný hodnostář, který by ho zaslechl, zeptal Galilea „A vůči jaké vztažné soustavě uvažujete onu rotaci, pane kolego?“) Takže pro upřesnění: Země se otáčí vůči inerciální soustavě.
Pro doplnění: Kdyby se vás někdo zeptal, vůči které inerciální soustavě, vysvětlíte mu samozřejmě, že to je jedno, protože všechny inerciální systémy se navzájem nijak neotáčejí. (Blíže se této problematiky dotkneme v Dodatku D.)

[108] Opět jsme u zanedbávání, které jsme už diskutovali v první kapitole.

[109] Tíhová síla v místech, kde je Měsíc, totiž míří od Země (!). Zkuste si spočítat, třeba pro kilogramové závaží, odstředivou sílu $mR\omega^2$ (vyjde asi 2 N a míří od Země) a porovnat ji s gravitační silou GmM_Z / R^2 (míří k Zemi a je asi 2,7·10^{-3} N). Možná vás teď napadlo, jak je možné, že z pohledu ze Země Měsíc zeměkouli obíhá (zhruba jednou za den, teď vše bereme v soustavě spojené se Zemí) a tíhová síla ho neodmrští pryč. Inu, v této situaci opravdu soustavu spojenou se Zemí nelze ani přibližně brát za inerciální a snažit se vše vyřešit jen tíhovou silou. Museli bychom započítat ještě sílu Coriolisovu. Když ji přidáme, vše bude fungovat. Ale uznejte, že takový popis pohybu Měsíce opravdu není jednoduchý. V inerciální soustavě se obíhání Měsíce počítá mnohem snáz.

cirkulace atmosféry a další vlivy. Na stránce Wikipedie věnované rotaci Země a na stránkách souvisejících lze nalézt grafy, z nichž můžeme usoudit, že délka dne může kolísat asi o 1 až 2 ms za dobu řekněme deseti dnů.[110] Odsud můžeme odhadnout hodnotu $|\dot{\vec{\omega}}|$. Vynásobení poloměrem Země pak dá odhad maximální hodnoty Eulerovy síly na závaží 1 kg.[111] Z uvedených dat vyjde, že Eulerova síla je řádu 10^{-11} N nebo menší.[112] S klidným svědomím ji tedy můžeme ignorovat.

Vliv Coriolisovy síly

Coriolisova síla závisí na tom, jak rychle se těleso vůči Zemi pohybuje. Z (6.35) vidíme, že velikost této síly na těleso hmotnosti 1 kg je $2\left|\vec{v}\,'\times\vec{\omega}\right|$. Je tedy menší nebo rovna $2\,v'\omega$. Zde v' je rychlost tělesa vůči rotující soustavě, tedy vůči Zemi, a ω úhlová rychlost rotace Země, tedy $\omega = 2\pi/T$, kde T je perioda rotace Země (vůči inerciální soustavě). Dosazení dá $\omega \doteq 7{,}3\cdot10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$; pro odhady velikosti Coriolisovy síly se nám bude pohodlněji pracovat s $2\,\omega \doteq 1{,}5\cdot10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$.[113]

Zda budeme moci vliv Coriolisovy síly zanedbat nebo ne, závisí na situaci: zejména na rychlosti tělesa, na tom, jaké jsou ostatní působící síly, jak dlouho trvá pohyb[114] a samozřejmě také na tom, jak přesně měříme, či jak velké odchylky způsobené Coriolisovou silou budeme považovat za významné.

Takže konkrétně:

Příklad 1 – jízda autem:

Když pojedeme autem rychlostí 130 km/h, tedy asi 36 m/s, bude Coriolisova síla působící na 1 kg závaží v autě maximálně asi $5{,}4\cdot10^{-3}$ N.[115] Na celé auto, kdyby vážilo necelé dvě tuny, by tedy působila Coriolisova síla maximálně asi 10 N. Nejvíc by asi s autem mohla „zacloumat“, kdyby působila do strany. Ovšem stejně velkou sílu působící do strany by způsobilo i sklopení silnice do strany o pouhé tři setiny úhlového stupně (!).[116] Takhle přesně vodorovné silnice zjevně nejsou – a je vidět, že Coriolisova síla se při jízdě autem nijak reálně neprojeví.

---

[110] Viz https://en.wikipedia.org/wiki/Earth%27s_rotation, zmíněný graf je konkrétně na https://en.wikipedia.org/wiki/Earth%27s_rotation#/media/File:Deviation_of_day_length_from_SI_day.svg. Viz též graf na stránkách Earth Orientation Center https://hpiers.obspm.fr/eop-pc/index.php. Za jak dlouho se délka dne změní o zmíněné 1 až 2 ms lze z grafu jen odhadovat; zdá se, že „špiček“ na grafu za rok by mohlo být ke třiceti. Jde nám zde o řádový odhad výsledné Eulerovy síly, takže uvedená přibližná úvaha nám bude stačit.

[111] Fakticky jde o velikost Eulerova zrychlení.

[112] Stručně naznačíme daný výpočet: Platí, že $\omega = 2\pi/T$. Derivací podle času dostaneme $\dot{\omega} = \dfrac{d\omega}{dt} = -\dfrac{2\pi}{T^2}\dfrac{dT}{dt}$. T je jeden den; dosadíme tzv. siderický den (perioda rotace Země vůči hvězdám, tedy vůči inerciální soustavě), $T \doteq 86\,164$ s. Po dosazení je $\dfrac{2\pi}{T^2} \doteq 8{,}5\cdot10^{-10}\ \mathrm{s}^{-2}$. Derivaci $\dfrac{dT}{dt}$ odhadneme jako poměr změny délky dne (2 ms) a doby, za níž se délka dne změnila (10 dnů $\doteq$ 861 640 s); vyjde přibližně $\left|\dfrac{dT}{dt}\right| \doteq 2{,}3\cdot10^{-9}$. Po dosazení dostaneme časovou změnu úhlové rychlosti rotace Země (resp. její velikost, protože na znaménku nám zde nezáleží) $|\dot{\omega}| \doteq 2\cdot10^{-18}\ \mathrm{s}^{-2}$. Po vynásobení poloměrem Země $R \doteq 6378\cdot10^{3}$ m dostáváme maximální možnou velikost Eulerovy síly (taková by byla na rovníku) působící na 1 kg asi $1{,}3\cdot10^{-11}$ N.

[113] Poznamenejme, že zde nebudeme rozlišovat, jak velká část Coriolisovy síly působí ve vodorovném a jaká ve svislém směru. (Byť třeba na stáčení roviny kyvu Foucaultova kyvadla má vliv jen vodorovná složka síly, ne svislá.) Půjde nám opravdu jen o odhad velikosti Coriolisovy síly. A navíc jen o odhad maximální velikosti, protože $\left|\vec{v}\,'\times\vec{\omega}\right| = v'\omega\sin\alpha \le v'\omega$ a o úhel α mezi oběma vektory se v našem odhadu nestaráme.

[114] Déle působící Coriolisova síla zřejmě způsobí větší změnu rychlosti tělesa.

[115] To dostaneme jako zmíněných $2\,\omega \doteq 1{,}5\cdot10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$ vynásobených v' = 36 m/s.

[116] Tíha auta je asi $2\cdot10^4$ N. A $2\cdot10^4\ \mathrm{N}\cdot\sin(0{,}03°) \doteq 10$ N.

Příklad 2 – biatlon:

Nejde nám teď o to, že by Coriolisova síla při běhu biatlonistu vytlačila z trati, ale o její vliv na střelbu. Střílí se na vzdálenost 50 m,[117] rychlost střel z malorážky se standardně uvádí přes 300 m/s. Doba letu střely je tedy asi 1/6 s. Zrychlení, které střele udělí Coriolisova síla, je maximálně $2\,v'\omega \doteq$ 4,5·10^{-2} m/s^2. Kdyby celá Coriolisova síla vychylovala střelu do strany, posunula by ji za t = 1/6 s maximálně o $\frac{1}{2}\cdot(2v'\omega)\cdot t^2 \doteq$ 6·10^{-4} m = 0,6 mm. Vzhledem k tomu, že terč pro střelbu vleže má průměr 45 mm a terč pro střelbu vstoje 115 mm, tak biatlonisté s Coriolisovou silou opravdu nemusí počítat.[118]

Z uvedených příkladů je vidět, že při situacích a dějích v běžném životě[119] můžeme vliv Coriolisovy síly zanedbat.

Závěr

Vztažné soustavy spojené se Zemí samozřejmě díky rotaci Země inerciální nejsou. Ale při dějích blízko povrchu Země,[120] které známe z běžného života, je většinou vliv setrvačných sil zanedbatelně malý. Můžeme si proto dovolit neinercialitu těchto vztažných soustav zanedbat a pracovat v nich, jako by byly inerciální.

Kdybyste ale stříleli z dalekonosných děl (což je nepravděpodobné) nebo sledovali a popisovali pohyb Foucaultova kyvadla (to je pravděpodobnější), budete muset soustavu spojenou se Zemí brát „poctivě“ jako neinerciální.

[117] Tento a všechny další použité údaje lze vyhledat na webu. (Laskaví zájemci si s pomocí Googlu mohou tyto údaje ověřit.)

[118] Jinak je tomu při střelbě z děl do velké dálky, třeba desítek kilometrů. Tam už dělostřelci s Coriolisovou silou počítat musí.

[119] Je pravda, že v běžném životě asi většina z nás nezávodí v biatlonu, ale v televizi jsme nějakou střelbu při biatlonovém závodě patrně už viděli skoro všichni.

[120] „Blízko“ ovšem zahrnuje i výšky, v nichž létají letadla a stratosférické balóny.

Dodatek 6.C: Soustava spojená se Sluncem (resp. se sluneční soustavou) a hvězdami *

Definice inerciálního systému[121] je poněkud abstraktní a ne moc názorná. Stojí asi za to, přiblížit žákům pojem inerciální systém na nějakém konkrétním příkladu.

Může nás napadnout umístit počátek systému do středu Slunce.[122] A aby systém nerotoval, namíříme jeho osy tak, aby byly v klidu vůči vzdáleným hvězdám.[123] Bude tento heliocentrický systém opravdu inerciální?

Přesně vzato, nebude. Slunce totiž není nehybným tělesem, kolem kterého by obíhaly planety „a ani s ním nehnuly“. Ve skutečnosti planety obíhají kolem **hmotného středu** sluneční soustavy.[124] A Slunce kolem tohoto hmotného středu také obíhá, takže se pohybuje se zrychlením. Čili s ním nemůžeme spojit inerciální systém…

Předchozí úvaha nám ale poskytuje námět, s čím ve sluneční soustavě spojit inerciální systém: právě s hmotným středem.

Že to je rozumné, nás přesvědčuje fakt, který už známe jako důsledek první věty impulzové: **hmotný střed izolované soustavy se pohybuje** (vůči inerciálním systémům) **rovnoměrně přímočaře**.[125] A naši sluneční soustavu můžeme s dobrou přesností považovat za izolovanou soustavu, protože jiné hvězdy, které na ni působí, jsou velmi daleko.

Takže s hmotným středem sluneční soustavy opravdu můžeme spojit inerciální systém – například v něm můžeme zvolit jeho počátek. A osy našeho systému opět samozřejmě orientujeme tak, aby systém nerotoval vůči vzdáleným hvězdám.

Poznamenejme, že hmotnému středu se také říká **barycentrum** – právě tento termín bývá užíván ve spojitosti se sluneční soustavou.

Systém spojený s barycentrem sluneční soustavy se skutečně používá

V astronomii se k určení poloh opravdu používá systém spojený s barycentrem sluneční soustavy s osami orientovanými podle vzdálených objektů. Jde o tzv. mezinárodní nebeský referenční systém (International Celestial Reference System, ICRS)[126]. Určují se v něm polohy planet a dalších objektů.

---

[121] Připomeňme si, jak jsme ji uvedli v kap. 2: Inerciální systém je systém, vůči němuž se libovolný volný hmotný bod pohybuje rovnoměrně přímočaře.
V části 6.1 této kapitoly jsme totéž popsali trochu jinými slovy: Vztažná soustava je inerciální, jestliže se vůči ní volné hmotné body pohybují rovnoměrně přímočaře.
(Tohle připomenutí zároveň ilustruje, že termíny „inerciální soustava“ a „inerciální systém“ bereme jako synonyma.)

[122] Konec konců, k heliocentrické soustavě přešel už Koperník.

[123] Jednodušší by bylo říci „namíříme osy na vzdálené hvězdy“. Ale chceme mít tři osy na sebe kolmé, a možná bychom těžko našli tři hvězdy zrovna v kolmých směrech, a asi by to stejně nebylo přesně. Podstatné je, aby náš systém nerotoval vůči systému vzdálených hvězd.

[124] Pro systém dvou těles, třeba Slunce a jedné planety, jsme si to odvodili v kapitole 4, části 4.6.

[125] Viz kapitola 4, část 4.3, odstavec pod rovnicí (4.24). Pro přesnost: *izolovanou soustavou* v této i v následující větě myslíme izolovanou soustavu hmotných bodů.

[126] Viz https://en.wikipedia.org/wiki/International_Celestial_Reference_System_and_Frame a https://www.iers.org/IERS/EN/Science/ICRS/ICRS.html; český název lze najít např. na https://www.aldebaran.cz/glossary/print.php?id=136 a na dalších českých webových stránkách.

Pro jeho realizaci se využívá radioastronomických zdrojů, např. vzdálených kvazarů.[127] Přesnost určení směrů je až dech beroucí; udává se, že „šum“ v určení směru je 30 milióntin úhlové vteřiny (!). Schválně si to přepočtěte na radiány a zkuste vymyslet nějaký příklad, jak takto malý úhel názorně přiblížit třeba žákům nebo laikům.[128]

Kdybyste chtěli namítat, že ani systém spojený s barycentrem sluneční soustavy nemůže být přesně inerciální, protože celá sluneční soustava obíhá kolem středu naší galaxie, tak vězte, že i s tím se v nejnovější verzi systému ICRF počítá. Příslušné zrychlení je ale opravdu velmi malé.[129]

Pohyb Slunce vůči barycentru sluneční soustavy

Slunce je samozřejmě mnohem hmotnější než planety. Možná byste proto čekali, že barycentrum nebude od středu Slunce příliš vzdáleno. Ale chyba lávky! Na webu lze najít grafy[130] ukazující, že barycentrum může být vně Slunce a jeho vzdálenost od povrchu Slunce může být rovna až skoro poloměru Slunce.

Nebude to tak překvapující, když si spočteme třeba jen hmotný střed dvojice Slunce–Jupiter.[131] Už hmotný střed této dvojice je nad povrchem Slunce. Polohu hmotného středu navíc ovlivňují i další velké planety (Saturn, Uran a Neptun, vliv ostatních planet lze zanedbat).

Pro vysvětlení této problematiky lze na webu najít i animace a další zdroje.[132]

A co heliocentrický systém?

Co kdybychom přece jen dali počátek systému souřadnic do středu Slunce? Jak „moc neinerciální“ by tento systém byl? Představu si můžeme udělat, když spočteme zrychlení, které Slunci uděluje Jupiter. (Další velké planety jsou dále a jejich příspěvek ke zrychlení Slunce je menší.) Zrychlení je $G\,m_\mathrm{J}/r^2$, kde r je vzdálenost Jupiteru od Slunce a m_J jeho hmotnost.[133] Po dosazení vyjde asi $2{\cdot}10^{-7}$ m/s².[134] Při započtení ostatních planet se výsledné zrychlení řádově nezmění. Čili pokud budou efekty dané takovýmto zrychlením menší, než pro nás bude v určité situaci významné, tak i s heliocentrickým systémem můžeme prakticky pracovat, jako by byl inerciální.

---

[127] Pak se mluví o mezinárodním nebeském referenčním rámci, International Celestial Reference Frame (ICRF), viz předchozí odkaz na Wikipedii a https://www.iers.org/IERS/EN/DataProducts/ICRF/icrf.html.

[128] Je to asi $1{,}5{\cdot}10^{-10}$ rad, tedy o něco víc než desetimiliardtina radiánu. Kdybychom z jednoho bodu na Slunci namířili k Zemi dvě úsečky svírající tento úhel, byly by jejich konce na Zemi od sebe vzdáleny jen asi 22 metrů.

[129] Můžete si ho vypočítat podle známého vzorečku pro dostředivé zrychlení při kruhovém pohybu. Vzdálenost sluneční soustavy od středu Galaxie je $R \doteq 8{,}5$ kpc (přičemž jeden kiloparsec je asi $3{,}1{\cdot}10^{19}$ m, takže $R \doteq 2{,}6{\cdot}10^{20}$ m), rychlost oběhu kolem středu galaxie je asi 220 km/s. Dostředivé zrychlení vyjde asi $1{,}9{\cdot}10^{-10}$ m/s².

[130] Viz např. https://cs.wikipedia.org/wiki/Slune%C4%8Dn%C3%AD_soustava#/media/Soubor:Solar_system_barycenter.svg nebo https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/ba/Solar_System_Barycenter_2000-2050.png. (Upozornění: V daných grafech je střed Slunce kreslen jako nehybný a barycentrum mění polohu, byť správnější by bylo zakreslit polohu barycentra na jednom místě a ukazovat, jak kolem něj obíhá Slunce. Prostě, autoři grafů si vybrali zobrazení v heliocentrické soustavě.)

[131] Hmotnost Slunce je asi $2{\cdot}10^{30}$ kg, hmotnost Jupitera asi $1{,}9{\cdot}10^{27}$ kg, vzdálenost Jupitera od Slunce asi $7{,}8{\cdot}10^{11}$ m. Ze vztahu pro polohu hmotného středu spočteme, že jeho vzdálenost od středu Slunce je asi $7{,}4{\cdot}10^{8}$ m. Přitom poloměr Slunce je asi $7{,}0{\cdot}10^{8}$ m.

[132] Viz např. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Solar_System_Barycenter_2000-2050.png#/media/File:Solar_System_Barycenter_2000-2050_Animation.gif, nebo https://www.youtube.com/watch?v=1iSR3Yw6FXo.

[133] Hodnoty obou veličin jsou o poznámku výše, $G \doteq 6{,}67{\cdot}10^{-11}$ N·m²/kg², tak si můžete zrychlení vypočítat.

[134] Zrychlení, které Slunci udílí Saturn, je, jak si můžete snadno vypočítat, asi o řád menší. Stejného řádu jsou zrychlení, která Slunci udělují méně hmotné, ale Slunci bližší vnitřní planety jako Země nebo Merkur.

Dodatek 6.D: Relativnost klidu a pohybu – drobné upřesnění

Od dob, kdy fyzika odvrhla představu absolutního prostoru, je jasné, že pohyb a klid jsou relativní – takhle to zdůrazňujeme už žákům na základních školách.[135]

Ovšem pozor, abychom zbrkle neprohlásili, že všechny aspekty pohybu jsou vždy relativní. Zejména když pohyb popisujeme vůči inerciálním systémům, jak se to běžně dělá.

Například **rotace** (vůči inerciálním systémům) **je vlastně absolutní**: Určité těleso buď nerotuje, nebo rotuje. A to vůči všem inerciálním systémům. Navíc úhlová rychlost jeho rotace je vůči všem inerciálním systémům stejná.

Kdyby oním tělesem byla kosmická stanice, mohli bychom to, zda rotuje (a jak rychle rotuje), zjistit, aniž bychom vyhlédli ven. Stačilo by změřit, zda se ve stanici projevují účinky odstředivé síly a Coriolisovy síly, a jak jsou velké. I z toho je zřejmá „absolutnost“ rotace.

Podobně absolutní je i **zrychlení** vůči inerciálním systémům. Opět jde o to, že určité těleso se buď vůči inerciálním systémům pohybuje rovnoměrně přímočaře, nebo se vůči nim pohybuje zrychleně – a jeho zrychlení je vůči všem těmto systémům stejné.[136]

Můžeme tedy říci, že relativnost klidu a pohybu se v klasické mechanice týká **rychlosti pohybu**, tu opravdu nijak absolutně určit nemůžeme, vůči různým inerciálním systémům je obecně různá.

[135] Příkladů pro vysvětlování relativnosti klidu a pohybu si samozřejmě umíte vymyslet spoustu. Například: Člověk sedící na sedačce je zjevně v klidu. Ale když jde o sedačku lanovky, která je v provozu, tak vůči povrchu Země v klidu není. Když si sedneme na lavičku v parku, tak v klidu jsme. Ale jen vůči Zemi a předmětům s ní spojeným. Ovšem vůči cyklistovi, který jede kolem, se pohybujeme. A konec konců s celou Zemí obíháme kolem Slunce slušnou rychlostí kolem 30 km/s. A tak dále…

[136] Poznat uvnitř kosmické stanice nebo rakety, zda se pohybuje zrychleně, je ovšem těžší než v případě rotace. Jak jsme diskutovali v části 6.2, efekt daný zrychlením je stejný, jaký by způsobila gravitace. Uvnitř rakety bychom tedy nepoznali, jestli jí „postrkují“ raketové motory se zrychlením 9,81 m/s^2, nebo jestli stojí na Zemi. (Reálně bychom to z hluku a vibrací vyvolaných chodem motorů samozřejmě poznali, ale pro náš myšlenkový pokus si můžeme představit tiché a nevibrující motory nebo nějaké UFO táhnoucí naši raketu s daným zrychlením.)
Poznamenejme, že při extrémně přesných měřeních bychom zrychlený pohyb od vlivu gravitačního pole Země rozlišit mohli. Zrychlený pohyb dává stejný efekt jako *homogenní* gravitační pole; gravitační pole Země je ale *nehomogenní*. Takže například když bychom v akcelerující raketě pustili dvě závaží metr od sebe (ve vodorovném směru), padala by k podlaze přesně rovnoběžně. Na Zemi ovšem každé padá směrem ke středu Země, takže se při pádu k sobě přibližují. (Pro puntičkáře: Závaží jsme pustili ve stejný okamžik; díky rotaci Země samozřejmě nepadají přesně ke středu Země, to jsme uvedli pro větší názornost; podstatné je, že i pod vlivem tíhové síly nepadají přesně rovnoběžně.) Jednoduše můžeme odhadnout (proveďte si daný odhad sami), že při pádu ze 6 metrů se k sobě přiblíží asi o mikrometr. To není moc, ale mluvili jsme o extrémně přesných měřeních…

Do dalších souvisejících úvah se zde pouštět nebudeme. (Vedly by nás směrem k obecné teorii relativity, k tzv. lokálním inerciálním systémům, to už by bylo trochu nad rámec úvodního kurzu klasické mechaniky. Časem se ve svém studiu o téhle problematice ještě něco málo dozvíte.)