

## Magnetostatika: permanentní magnety a jejich pole

Hned na začátku této kapitoly musíme upozornit, že se v ní budeme magnetismem zabývat poněkud „nemoderně“. V současných učebnicích<sup>1</sup> se magnetismus většinou od začátku vykládá tak, že magnetické pole je buzeno elektrickým proudem. A to i v případě permanentních magnetů; v tomto případě se tak trochu navazuje na představu „molekulárních proudů“, se kterou přišel již A. M. Ampère.<sup>2</sup> Při tomto přístupu bychom museli magnetismus zařadit až za kapitolu o elektrických proudech a vyložit nejprve to, jak proud budí magnetické pole. I pak by byl ale výklad některých věcí spojených s permanentními magnety trochu složitý.

Místo toho se zkusíme „odrazit“ od toho, co už víme o elektrostatickém poli a podívat se, zda by některé věci nešly aplikovat i na statické magnetické pole. Tedy zjistit, v čem se chování magnetického pole<sup>3</sup> podobá poli elektrostatickému a v čem se naopak liší – prostě budeme hledat analogie a rozdíly. Uvidíme, že tímto způsobem se o magnetech a jejich polích dozvíme poměrně rychle leccos zajímavého, co budeme moci použít v rozboru jednoduchých experimentů.

Na jaké otázky by bylo zajímavé najít odpověď? Co například na následující:

- Jde u magnetu oddělit severní a jižní pól? Pokud ne, proč to nejde? Vždyť občas člověk zaslechne termín „magnetické monopóly“, tak jak to s nimi je?
- Jak silné je magnetické pole Země? A jaký má tvar?
- Jak na sebe magnety vzájemně působí? Jak velkou silou, na jakou dálku? Jak ta síla závisí na vzdálenosti? A jak na rozměrech magnetů, na tom, zda jsou ploché nebo dlouhé...?
- Jak velká síla je potřebná k odtržení dvou magnetů? Jak ji udělat co největší?
- Které látky magnet přitahuje? Může některé látky odpuzovat?
- Proč magnet silně přitahuje třeba železné hřebíky? Proč se v blízkosti magnetu přitahují hřebíky navzájem?
- Jak to, že lze některé věci, třeba právě ty hřebíky, zmagnetizovat trvale? A zůstávají trvalé magnety „trvalé navěky“, nebo je lze o jejich magnetismus nějak připravit?

Otázek by jistě mohlo být i víc<sup>4</sup>, pojďme však už začít.

---

<sup>1</sup> ale popravdě, i v těch již desítky let starých

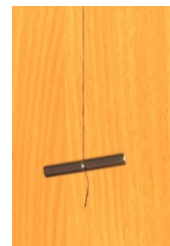
<sup>2</sup> Můžeme si představit, že i elektrony obíhající v atomu fungují jako proudové smyčky budící magnetické pole. Ve skutečnosti jsou ovšem u permanentních magnetů rozhodující magnetické dipólové momenty samotných elektronů. A tam už jde opět o záležitost kvantové fyziky (a také fyziky pevných látek). Do těchto mikroskopických detailů zde ale nepůjdeme a prakticky pořád budeme zůstat u makroskopického fenomenologického popisu.

<sup>3</sup> Většinou půjde o pole permanentních magnetů, ale v řadě případů se seznámíme i s vlastnosti magnetického pole, které platí obecně, například pro pole buzené elektrickým proudem ve vodičích.

<sup>4</sup> Například: Má magnet vždycky jen dva póly? Je na severním zeměpisném pólu také severní magnetický pól? (Čtenáři Terryho Pratchetta by mohli dodat „Kde žít další banán?“, ale to už k magnetismu nepatří. ☺)

## 5.1 Magnetická indukce

Když malý tyčový magnet přivážeme na nit a zavěsíme, aby se mohl otáčet kolem svislé osy (viz obrázek<sup>5</sup>), natočí se směrem od severu k jihu.<sup>6</sup> Podobně se severojižním směrem natočí střelka kompasu.<sup>7</sup>



V okolí magnetu tedy musí existovat něco, co ho ovlivňuje. Z elektrostatiky už víme, že existuje něco, co působí na nabitá tělesa: elektrické pole. Ovšem když budeme u magnetu mávat nabitou tyčí, nijak ho to neovlivní.<sup>8</sup> Takže elektrické pole není to, co natáčí náš magnet. Zřejmě tedy na magnet působí jiné pole: **magnetické pole**.<sup>9</sup>

To, jak je elektrické pole „silné“ a jaký má směr, jsme charakterizovali elektrickou intenzitou. I magnetické pole potřebujeme charakterizovat podobnou veličinou, která bude mít směr<sup>10</sup> a velikost<sup>11</sup>. Jak poznáme dále, užívá se skutečně i veličina *magnetická intenzita*  $\vec{H}$ , která je analogií elektrické intenzity. Ale jako „základnější“ veličina popisující magnetické pole se obvykle bere **magnetická indukce**  $\vec{B}$ .<sup>12</sup>

Jednotkou magnetické indukce v soustavě SI je **tesla** (značka T).<sup>13</sup> Pro představu o velikosti: 1 T je už dosti silné pole, dosáhneme ho ale běžnými neodymovými magnety. 2 až 3 T je indukce pole v lékařských přístrojích pro magnetickou rezonanci, supravodivé magnety v urychlovači LHC v CERNu produkují pole o indukcii přes 8 T<sup>14</sup>, jako rekord pro statické magnetické pole supravodivého magnetu se v současné době uvádí asi 45 T.<sup>15</sup>

Na druhou stranu, vodorovná složka  $\vec{B}$  magnetického pole Země v našich zeměpisných šířkách je jen asi 20  $\mu\text{T}$ .<sup>16</sup> Ověřit si to můžete sami: pro smartphony existuje řada aplikací umožňujících měřit magnetickou indukci.

<sup>5</sup> Obrázek ukazuje, že nit nemusíme na magnet vázat: stačí ji „přicvaknout“ mezi dva malé tyčové magnety.

<sup>6</sup> Nejprve se bude kolem svislé osy otáčet sem a tam, až se tyto kmity uklidní (nebo až ho zastavíte rukou), bude směřovat severojižním směrem.

<sup>7</sup> To, že něco působí na střelku, prý zaujalo mladého Alberta Einsteina, když mu otec v jeho pěti letech ukázal kompas, a zanechalo to v něm hluboký dojem. To, že „něco hlubšího musí být skryto za [viditelnými] věcmi“ bylo údajně motivem, který ho nasměroval k zájmu o vědu.

<sup>8</sup> Při praktickém pokusu dejte pozor na to, aby například neodymový magnet nebyl ovlivněn tím, že na jeho kovovém potahu se mohou vlivem elektrostatické indukce přerodělit náboje. (Nebo abyste máváním tyčí nerozvířili vzduch a ten pak neotáčel magnetem. ☺)

<sup>9</sup> Všimněte si, jak rychle jsme přijali a používáme „šílenou myšlenku“, že v prostoru existují fyzikální pole ovlivňující předměty. Ona je to opravdu šíleně užitečná myšlenka!

<sup>10</sup> Vždyť magnety nebo střelka kompasu se natáčejí do určitého směru.

<sup>11</sup> Působení jednoho magnetu na druhý může být slabší nebo silnější, to cítíme vlastníma rukama, když si hrajeme s magnety a dáváme je různě daleko od sebe.

<sup>12</sup> Proč je základnější, toho se ještě dotkneme v dalších kapitolách. Například ve vztahu pro sílu, kterou magnetické pole působí na pohybující se náboj nebo vodič s proudem, vystupuje právě  $\vec{B}$ .

<sup>13</sup> Starší jednotkou, s níž se dosud lze setkat, je **gauss** (G); 1 G = 0,1 mT = 10<sup>-4</sup> T.

<sup>14</sup> V magnetech pro speciální účely nově až 12 T.

<sup>15</sup> Rekordy pro velmi krátce trvající pole jsou ještě asi o řád vyšší. Ovšem kam se hrabeme na přírodu: Z astrofyzikálních pozorování a modelů vychází, že pole v pulzarech (rychle rotujících neutronových hvězdách) dosahuje až 10<sup>8</sup> T.

<sup>16</sup> Z toho vidíte, že výše zmiňovaný gauss byl vlastně pro měření magnetického pole Země vhodnější jednotkou než tesla: magnetická indukce zemského pole je v řádu desetin G.

## Póly, monopóly, dipóly, ...

Typický magnet má dva póly: severní a jižní.<sup>17</sup> Jako severní se označuje pól, který se při zavěšení magnetu natočí k severnímu zeměpisnému pólu.<sup>18</sup>

Zkoušeli jste někdy severní a jižní pól magnetu od sebe oddělit? Mělo by to přece být snadné, stačí odlomit kousek magnetu u konce a měli bychom mít třeba samostatný severní pól. A ulomením druhého konce samostatný jižní pól. Póly by se pak chovaly podobně jako náboje: všechny severní póly by se vzájemně odpuzovaly, podobně jižní póly, severní a jižní póly by se vzájemně přitahovaly. Analogie magnetostatiky s elektrostatikou by pak mohla být skoro dokonalá. Částice, které by byly samostatnými severními nebo jižními póly, dokonce dostaly své jméno: **magnetické monopóly**. Pokud by existovaly, byly by to takové „magnetické náboje“.

Jenže: ukazuje se, že libovolným lámáním či jiným dělením magnetů nedostaneme samostatné póly – vždy znovu jen magnet, který má severní i jižní pól.<sup>19</sup> Podle všeho, co fyzikové pomocí experimentů zjistili, **magnetické monopóly v přírodě neexistují**.<sup>20</sup>

Magnety tedy nejsou z žádných „magnetických nábojů“, ale jsou složeny z mnoha dipólů.

## Magnetické pole je nezdílové

Podobně jako u elektrické intenzity a indukce, můžeme zavést tok magnetické indukce, krátce nazývaný **magnetický tok**<sup>21</sup>

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} . \quad (5.1)$$

Jednotka indukčního toku se nazývá weber, značka je Wb.  $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$ .

Pro tok uzavřenou plochou kolem nějakého objemu  $V$  platí analogie Gaussovy věty elektrostatiky<sup>22</sup>, která říká, že tok ven se rovná celkovému „magnetickému náboji“<sup>23</sup> v objemu  $V$ . Ovšem, protože magnetické „náboje“ (tedy monopóly) neexistují, musí platit

<sup>17</sup> Jasně je to u tyčových magnetů, tam bývají na konci tyčí. (U magnetů pro školní pokusy bývají označovány červenou a modrou barvou, ale fakt fungují i bez ní! ☺) U plochých magnetů bývají póly na protilehlých plochách. Ovšem třeba u některých magnetů na ledničku se na ploše střídá řada severních a jižních pólů. Takže rozhodně nespolehejte na to, že každý magnet má jen dva póly, obecně to není pravda.

<sup>18</sup> Tohle je samozřejmě konvence. Navíc, vzhledem k tomu, že se přitahují opačné póly magnetů, to znamená, že poblíž severního zeměpisného pólu je *jižní magnetický pól* magnetického pole Země. (Nejen názvu si blíže všimneme v Dodatku B.)

<sup>19</sup> Případně i více severních a jižních pólů, jak jsme zmiňovali výše.

<sup>20</sup> Neznačená to, že by je fyzikové nehledali. Podle některých teoretických představ by magnetické monopóly mohly či dokonce měly existovat. V této souvislosti bývá zmiňován Paul Dirac, který už před skoro devadesáti lety ukázal, že z hlediska kvantové fyziky by existence magnetických monopólů byla výhodná, protože by přirozeně vedla ke kvantování náboje. (To už ale nespadá do klasické teorie elektromagnetismu.) Dlouholetá snaha o nalezení magnetických monopólů ovšem nevedla k úspěchu – proto i v tomto učebním textu bereme jako experimentální fakt, že magnetické monopóly reálně neexistují.

Na druhou stranu poznamenejme, že pokud by magnetické monopóly přece jen někdy byly objeveny, nebyl by problém modifikovat teorii elektromagnetického pole tak, aby s nimi počítala. Ale to už je mimo rámec tohoto učebního textu.

<sup>21</sup> Používá se také název **magnetický indukční tok**.

<sup>22</sup> Toto zde podrobněji nezdůvodňujeme, jen konstatujeme, že experimentálně lze potvrdit, že magnetická indukce má vlastnosti zajišťující, že Gaussova věta pro ni platí.

<sup>23</sup> A to magnetickému náboji „volnému“, který by byl opravdu z magnetických monopólů, ne magnetické analogii vázaných nábojů v elektrostatice, srovnejte vztah (4.27).

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 . \quad (5.2)$$

Vztah (5.2) má jednoduchou interpretaci: Celkový magnetický tok z libovolného objemu je nulový, jinak řečeno „*co vteče, to vyteče*“. Jinak řečeno, magnetické pole nemá žádné zdroje či „zřídla“, z nichž by  $\vec{B}$  vycházelo. Toto krátce vyjadřujeme formulací:

**Magnetické pole je nezřídlové.**

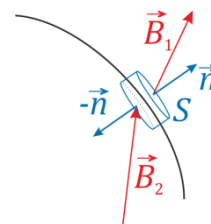
Vztah (5.2) platí pro libovolný objem  $V$ . Proto z něj můžeme stejným způsobem, jakým jsme v elektrostatice odvozovali rovnici  $\operatorname{div} \vec{E} = \rho / \epsilon_0$ ,<sup>24</sup> odvodit výsledek

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 . \quad (5.3)$$

Tohle je velice důležitý vztah – ve skutečnosti je to jedna z Maxwellových rovnic!<sup>25</sup>

Zdůrazněme, že rovnice (5.2) a (5.3) platí zcela obecně pro libovolné magnetické pole, tedy nejen pro pole permanentních magnetů, s nimiž zatím děláme jednoduché pokusy.<sup>26</sup>

Vztah (5.2) můžeme využít k tomu, abychom zjistili, jak se mění magnetická indukce při přechodu z jednoho prostředí do druhého. U rozhraní si jako Gaussovu plochu představíme povrch malého válečku, viz obrázek. Plocha podstav válečku je  $S$ , výška válečku je tak malá, že magnetický tok pláštěm válečku lze zanedbat.<sup>27</sup> Magnetický tok ven z válečku je



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B}_1 \cdot \vec{n} \cdot S + \vec{B}_2 \cdot (-\vec{n}) \cdot S = (\vec{B}_1 \cdot \vec{n} - \vec{B}_2 \cdot \vec{n}) \cdot S . \quad (5.4)$$

Protože podle (5.2) je tok roven nule. Z (5.4) tedy plyne

$$\vec{B}_1 \cdot \vec{n} = \vec{B}_2 \cdot \vec{n} , \quad (5.5)$$

to znamená, že **normálové složky magnetické indukce jsou na rozhraní spojitě**.<sup>30</sup>

<sup>24</sup> Pripomeňte si, jak jsme to dělali: buď aplikováním rovnice pro tok na malou „krychličku“ nebo využitím Gaussovy věty matematiky.

<sup>25</sup> Předchozí vztah (5.2) se označuje za jednu z Maxwellových rovnic v *integrálním tvaru*; (5.3) je rovnicí v *diferenciálním tvaru*. Obě rovnice vyjadřují totéž: Magnetické pole je nezřídlové.

<sup>26</sup> Platí tedy i pro magnetické pole buzené elektrickými proudy (stejnoseměrnými i střídavými) i pro magnetickou indukci v poli elektromagnetické vlny. (Dané rovnice jsou všeobecně platné, neboť vyjadřují fakt, že neexistují magnetické monopóly.)

<sup>27</sup> V našem odvození nakonec můžeme výšku válečku limitovat k nule. Navíc plochu podstav válečku uvažujeme tak malou, že magnetická indukce je na celé podstavě prakticky konstantní. (Magnetická indukce na horní a dolní podstavě může být ovšem obecně různá, právě proto, že jde o dvě různá prostředí.)

<sup>28</sup> Tento vztah se také často zapisuje jako  $B_{1n} = B_{2n}$ .

<sup>29</sup> Opět platí, že tento vztah platí zcela obecně, pro libovolná, i časově proměnná magnetická pole.

<sup>30</sup> Složky magnetické indukce tečné k rozhraní spojitě být nemusí (a pro různá prostředí také obecně spojitě nejsou).

## Magnetické indukční čáry

Elektrostatické pole jsme popisovali také pomocí siločar – tj. čar, které udávaly směr elektrické intenzity. Analogicky můžeme popisovat i statické magnetické pole pomocí čar, které udávají směr magnetické indukce  $\vec{B}$ . Jen těmto čarám neříkáme „siločáry“, ale **magnetické indukční čáry**.

(Schválně, zkuste vymyslet, proč.<sup>31</sup>)

Magnetická indukční čára je tedy křivka  $\vec{r}(\xi)$ <sup>32</sup>, pro kterou platí

$$\frac{d\vec{r}}{d\xi} = \tilde{k} \vec{B}(\vec{r}). \quad (5.6)$$

Některé vlastnosti magnetických indukčních čar jsou stejné jako u elektrických siločar:

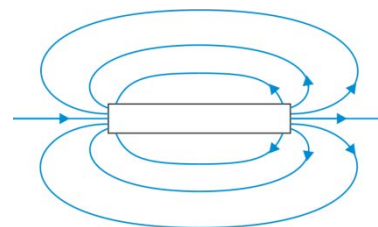
- Procházejí každým bodem prostoru (kromě těch, kde  $B=0$ ).
- Nemohou se křížit.
- Tam, kde jsou hustší, je magnetické pole silnější.<sup>34</sup>

Naopak jednou hodně důležitou vlastností se od elektrických siločar zcela liší. Elektrické siločáry začínaly a končily v nábojích. Protože „magnetické náboje“ nemáme, magnetické indukční čáry nemohou nikde začínat ani končit. To znamená, že:

- **Magnetické indukční čáry jsou uzavřené křivky.** (Nebo vedou do nekonečna.)

Jak je tomu ale třeba v případě dlouhého tyčového magnetu? Z jeho pólu přece vycházejí magnetické indukční čáry a do druhého se zase vracejí<sup>35</sup>, jak to ukazuje obrázek, nebo ne?

Rozmyslete si sami, jak to je, dříve než se podíváte na odpověď na další stránce.



<sup>31</sup> V elektrostatickém poli siločáry udávají směr síly, která působí na elektrický náboj v daném místě. Říkat „magnetické siločáry“ by bylo na místě, kdybychom měli „magnetické náboje“, tedy magnetické monopóly. Magnetická siločára by pak udávala směr síly, kterou by magnetické pole působilo na tyto monopóly. Ale magnetické monopóly nejsou... Proto pojem „siločáry“ u magnetického pole nepoužíváme.

(Ehm... Slangově se termín „magnetické siločáry“ občas použije. Ale je dobře uvědomit si, že je nepřesný. Tuto problematiku bychom sice mohli rozebírat ještě podrobněji, ale raději už do těchto „fyzikálně-lingvistických“ diskusí zabředat nebudeme – prostě kodifikovaný český termín je „magnetické indukční čáry“.)

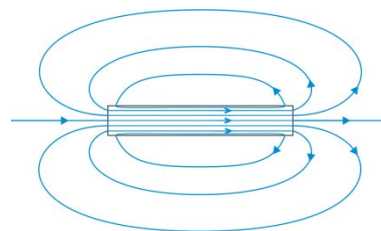
<sup>32</sup>  $\xi$  je proměnná, kterou parametrizujeme křivku.

<sup>33</sup> Přitom  $\tilde{k}$  je faktor úměrnosti; nemusí to být konstanta, může záviset na  $\xi$ . Orientace magnetických indukčních čar je dána orientací  $\vec{B}$ , takže  $\tilde{k} > 0$ .

<sup>34</sup> Samozřejmě, tohle je sice používané, ale hodně nepřesné vyjádření: kdybychom například v homogenním magnetickém poli nakreslili některé indukční čáry daleko od sebe a jiné blízko sebe, nebude to znamenat, že magnetická indukce je v různých místech různá! (Připomeňte si, jak jsme vyjádření o hustotě čar precizovali u elektrických siločar, v případě magnetického pole by to bylo analogické.)

<sup>35</sup> Vycházejí ze severního pólu, vracejí se do jižního.  $\vec{B}$  totiž míří od severního pólu (a k jižnímu pólu). Sami se můžete přesvědčit třeba měřením  $\vec{B}$  pomocí smartphonu, že na zeměkouli míří magnetická indukce směrem na sever; blíže viz Dodatek B.

Odpověď je asi jasná: magnetické indukční čáry sice vycházejí ze severního pólu magnetu a vracejí se do jižního, ale uvnitř magnetu pokračují zase od jižního pólu k severnímu<sup>36</sup>, takže jsou opravdu uzavřené.



### Pole v okolí pólu dlouhého magnetu

Magnetické monopóly neexistují, to už opakujeme skoro do omrzení. Na druhou stranu, magnetické pole blízko pólu dlouhého tyčového magnetu *vypadá* jako elektrické pole v blízkosti bodového náboje – míří radiálně od pólu<sup>37</sup> a navíc se vzdáleností klesá jako  $1/r^2$ .<sup>38</sup>

Takže pól magnetu se chová, *jako by* na něm byl jakýsi „magnetický náboj“. Můžeme říci, že jde o analogii vázaného náboje, s nímž jsme se seznámili v minulé kapitole. Ten také nešel z povrchu dielektrika nijak vytrhnout či odnést, podobně jako z magnetu nevytrhneme izolovaný severní pól.

Pro velikost „magnetického náboje“ se ve starší literatuře používal pojem **magnetické množství**; uplatní se třeba v analogii Coulombova zákona pro sílu mezi póly dlouhých magnetů. (Pro zájemce tuto analogii uvádíme v Dodatku C.)

<sup>36</sup> Když jsme výše říkali, že  $\vec{B}$  míří od severního pólu a k pólu jižnímu, platilo to vně magnetu. Vidíme, že uvnitř magnetu naopak magnetická indukce míří od jižního pólu k severnímu.

<sup>37</sup> Přesněji řečeno: radiálně od severního pólu a radiálně směrem k jižnímu pólu.

<sup>38</sup> O tom se můžeme přesvědčit měřením magnetické indukce například pomocí smartphonu.

## 5.2 Další veličiny popisující magnetické pole a magnety

Další veličiny a vztahy popisující magnety a magnetické pole si už „projedeme“ rychleji. Budeme přitom využívat analogii s elektrostatikou. I když jde o analogii formální, je často užitečná. Tabulku shrnující tyto analogie najdete v Dodatku A.

Veličiny pro popis magnetického pole ve vakuu i v látkovém prostředí:

- **Magnetická intenzita**  $\vec{H}$ , jednotkou je A/m<sup>39</sup>. Jde o analogii elektrické intenzity.<sup>40</sup>

$$\text{Ve vakuu platí: } \vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad \text{kde } \mu_0 \text{ je} \quad (5.7)$$

- **permeabilita vakua**,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  T m/A.
- **Magnetická polarizace**  $\vec{P}_m$ , jednotkou je tesla. Uvádíme ji, protože jde o analogii elektrické polarizace; ovšem tato veličina se příliš nepoužívá. Mnohem více se používá:
- **Magnetizace**  $\vec{M} = \frac{\vec{P}_m}{\mu_0}$ ,  $[M] = \text{A/m}$ .

V látkovém prostředí je:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{P}_m = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (5.8)$$

V magneticky měkkých izotropních látkách platí<sup>41</sup>

$$\vec{P}_m = \mu_0 \chi_m \vec{H}; \quad \vec{M} = \chi_m \vec{H}; \quad \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}, \quad \text{kde} \quad (5.9)$$

- $\mu_r$  je **relativní permeabilita** a  $\mu = \mu_r \mu_0$  **permeabilita** daného prostředí;  $\chi_m$  se nazývá **magnetická susceptibilita** prostředí. Přitom  $\mu_r = 1 + \chi_m$ .<sup>42</sup>

V magneticky tvrdých látkách<sup>43</sup> platí (pokud není vnější pole příliš silné):

$$\vec{P}_m \doteq \text{konst.} \Rightarrow \vec{M} \doteq \text{konst.} \quad (5.10)$$

a z (5.8) tedy plyne, že

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \underbrace{\mu_0 \vec{M}}_{\text{konstatní část } \vec{B}} \quad (5.11)$$

**Ve feromagnetikách** je závislost  $B = B(H)$  nelineární a obecně závisí na historii toho, v jakém poli se látka nalézala dřív – blíže viz část 5.4.

<sup>39</sup> Až budeme probírat magnetické pole elektrického proudu, pochopíme proč.

<sup>40</sup> V analogii s elektrostatikou ve **staticém** magnetickém poli platí  $\text{rot } \vec{H} = 0$  a  $\oint \vec{H} \cdot d\vec{r} = 0$ , ovšem pozor – obecně toto neplatí (!), už u magnetického pole buzeného elektrickým proudem tomu je jinak.

<sup>41</sup> Méně výrazně zde a dále prezentujeme vztahy týkající se magnetické polarizace a podobných méně užívaných veličin.

<sup>42</sup> Toto jednoduše plyne z (5.8) a (5.9).

<sup>43</sup> Z těchto látek jsou **permanentní magnety**.

Magnetická polarizace a magnetizace se liší jen faktorem  $\mu_0$ . Podobně rozlišujeme dvě veličiny pro magnetické dipólové momenty<sup>44</sup>:

- **Coulombův magnetický dipólový moment**  $\vec{p}_m$ .

Je spojen s magnetickou polarizací; má-li látka v nějakém objemu  $V$  magnetickou polarizaci  $\vec{P}_m$ , je Coulombův magnetický moment tohoto kousku látky  $\vec{p}_m = \vec{P}_m V$ .  
Mnohem více se ale používá:

- **Ampérův magnetický dipólový moment**  $\vec{m}$ , často nazývaný prostě jen **Ampérův moment**.  
S Coulombovým momentem je svázán vztahem  $\vec{m} = \frac{\vec{p}_m}{\mu_0}$ .

Má-li látka v objemu  $V$  magnetizaci  $\vec{M}$ , je Ampérův moment tohoto kousku  $\vec{m} = \vec{M} V$ .

Vzorce pro energii dipólu<sup>45</sup> ve vnějším poli, sílu a moment působící na dipól ve vakuu dostaneme z analogických vzorců v elektrostatice tak, že místo elektrické intenzity  $\vec{E}$  bude magnetická intenzita  $\vec{H}$  a místo elektrického dipólového momentu  $\vec{p}$  bude *Coulombův* magnetický dipólový moment  $\vec{p}_m$ .  
Ovšem obvykle se místo intenzity  $\vec{H}$  píše ve vzorcích indukce  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  a místo Coulombova dipólového momentu  $\vec{p}_m$  pak Ampérův moment  $\vec{m} = \vec{p}_m / \mu_0$ .<sup>46</sup> Takže:

**Energie magnetického dipólu** ve vnějším magnetickém poli je

$$W = -\vec{p}_m \cdot \vec{H} = -\vec{m} \cdot \vec{B} \quad (5.12)$$

**Síla působící na magnetický dipól** ve vnějším magnetickém poli:

$$\vec{F} = \text{grad}(\vec{p}_m \cdot \vec{H}) = \text{grad}(\vec{m} \cdot \vec{B}) \quad (5.13)$$

**Moment síly působící na magnetický dipól** ve vnějším magnetickém poli<sup>47</sup>:

$$\vec{M}_{\text{mech.}} = \vec{p}_m \times \vec{H} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (5.14)$$

Uff, to bylo vzorečků! Budou nám k něčemu?

Uvidíme, že ano. Například z nich krásně můžeme spočítat sílu mezi dvěma magnety.

<sup>44</sup> Rozlišovat dvě veličiny prakticky pro totéž (magnetickou polarizaci a magnetizaci a Coulombův a Ampérův magnetický moment) nám může připadat jako zbytečná komplikace, ale historicky se tato pojmenování a označení tak vyvinula, takže (slovy klasika) „můžeme s tím nesouhlasit, můžeme proti tomu protestovat, ale to je tak vše, co s tím můžeme dělat. Samozřejmě, mohli bychom užívat jen magnetizaci a Ampérův moment, ale tím bychom se připravili o přímočarou analogii s elektrostatikou, ze které zde vycházíme.

<sup>45</sup> Ve všech dále uváděných vzorcích půjde o **elementární** dipóly.

<sup>46</sup> Takže jedna veličina se  $\mu_0$  násobí, druhá  $\mu_0$  dělí a výsledek vypadá stejně, jen s jinými veličinami.

<sup>47</sup> Moment síly zde značíme  $\vec{M}_{\text{mech.}}$ , abychom ho odlišili od symbolu pro magnetizaci. (Inu, písmen je málo...)



## 5.3 Síla mezi magnety

Pro sílu mezi póly dlouhých magnetů platí analogie Coulombova zákona. (Pro zájemce: viz Dodatek C.) Jak se ale přitahují a odpuzují malé magnety? Ty můžeme považovat za malé dipóly.<sup>48</sup> Pojdme se proto nejdřív podívat, jaké je magnetické pole elementárního magnetického dipólu.

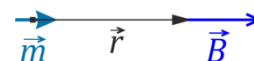
### Magnetické pole elementárního dipólu

Opět využijeme analogii s elektrostatikou. Intenzita pole elektrického dipólu je určena vztahem (4.54), takže analogicky magnetická intenzita pole dipólu ve vakuu bude  $\vec{H} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{3(\vec{p}_m \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}_m}{r^5}$ .

Vynásobením permeabilitou vakua  $\mu_0$  dostaneme vztah pro magnetickou indukci, v něm navíc použijeme Ampérův moment  $\vec{m}$ <sup>49</sup>:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5}. \quad (5.15)$$

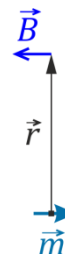
Pro konkrétní výpočty se nám bude hodit magnetická indukce **na ose dipólu**, tj. když  $\vec{r}$  a  $\vec{m}$  mají stejný směr, viz obrázek. Z (5.15) dostáváme



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\vec{m}}{r^3}. \quad (5.16)$$

V bodech, k nimž vektor míří **kolmo na směr dipólu** (tj.  $\vec{r} \perp \vec{m}$ , viz obrázek) z (5.15) vychází

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m}}{r^3}. \quad (5.17)$$



Vidíme, že v tomto případě je magnetická indukce poloviční v porovnání s magnetickou indukcí ve stejné vzdálenosti na ose.

Nač se tyto výsledky mohou hodit? Kdybychom znali magnetický moment magnetu, mohli bychom třeba určit, v jaké vzdálenosti je magnetická indukce stejně velká, jako vodorovná složka magnetické indukce pole Země. (Že jsou obě magnetické indukce stejně velké, můžeme zjistit třeba malým kompasem.<sup>50</sup>) A naopak ze známé magnetické indukce pole Země tak můžeme jednoduchým pokusem určit, jaký magnetický moment má daný magnet. Magnetický moment můžeme také určit měřením  $B$  pomocí smartphonu – tak si můžeme také věřit, že magnetická indukce buzená malým magnetem (ve větších vzdálenostech) se vzdáleností ubývá jako  $1/r^3$ .

A jak je to s tou silou mezi magnety? Už se k tomu dostáváme.

<sup>48</sup> To znamená, že magnetické pole malého magnetu můžeme dobře popsat polem elementárního dipólu. Samozřejmě, tohle nebude platit těsně u magnetu, ale v dostatečné vzdálenosti už ano.

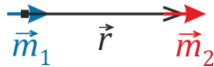
<sup>49</sup> Tak, že dosadíme  $\vec{p}_m = \mu_0\vec{m}$ .

<sup>50</sup> Vymyslete, jak to udělat.

### Síla, kterou dipól působí na dipól

Síla, kterou na elementární dipól působí vnější magnetické pole, je dána vztahem (5.13). Pro sílu, která působí na dipól  $\vec{m}_2$  magnetické pole buzené dipólem o momentu  $\vec{m}_1$  je tedy

$\vec{F}_{na\ m_2} = \text{grad}(\vec{m}_2 \cdot \vec{B}_{od\ m_1})$ . Po dosazení (5.16) dostaneme pro situaci znázorněnou na obrázku<sup>51</sup>

$$\vec{F}_{na\ m_2} = \text{grad}\left(\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2}{r^3}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi} 2m_1 m_2 \text{grad} \frac{1}{r^3}$$


Síla má zjevně jen radiální směr<sup>52</sup> a gradient se redukuje jen na derivaci podle  $r$ .<sup>53</sup> Výsledkem je

$$F_r = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6m_1 m_2}{r^4} \quad (5.18)$$

Znaménko mínus znamená, že síla je přitažlivá.<sup>54</sup>

Naprostu analogicky můžeme odvodit sílu, kterou se přitahují magnety, umístěné tak, jak ukazuje obrázek vpravo. Vyjde

$$F_r = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3m_1 m_2}{r^4} \quad (5.19)$$



Síla je poloviční, než tomu bylo v předchozím případě.

Zkuste vymyslet, k čemu by se vztahy (5.18) a (5.19) daly využít.<sup>55</sup>

Výše uvedeným způsobem ovšem neurčíme sílu, jako u sebe drží dva magnety, když už jsou na sebe „přicvaknuté“.<sup>56</sup> Jak určit tuto sílu? Půjde to – ale budeme na to muset jít přes energii magnetického pole.

### Energie magnetického pole

Z analogie s elektrostatikou můžeme převzít „šílenou myšlenku“:

**Energii má samo magnetické pole.**

Je v něm rozložena s hustotou

$$w = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} . \quad (5.20)$$

<sup>51</sup> Dipóly ve stejném směru, vektor, který je spojuje, míří také stejným směrem.

<sup>52</sup> Tj. ve směru vektoru  $\vec{r}$  čili ve směru spojnice obou dipólů.

<sup>53</sup>  $\text{grad} \frac{1}{r^3} = -\frac{3}{r^4} \frac{\vec{r}}{r}$

<sup>54</sup> Hurá! Takže nám vyšlo, že magnety, které jsou k sobě natočené severním a jižním pólem, se přitahují. (To je tedy objev... ☺) Ovšem jednak víme, že v našich odvozeních nemáme chybu ve znaménku ☺ a navíc teď už víme, jak síla, kterou na sebe působí, závisí na vzdálenosti!!

<sup>55</sup> Například, kdybychom měli dva stejné malé magnety a změřili sílu, kterou se přitahují, mohli bychom určit, jaký je jejich magnetický moment.

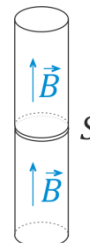
<sup>56</sup> Jsme příliš blízko, než abychom jejich pole mohli brát jako pole elementárních dipólů.

Pro výpočet síly mezi magnety bude vhodné využít vztah mezi magnetickou indukcí a magnetickou intenzitou ve vakuu:  $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$ . Hustotu energie pak dostáváme ve tvaru

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0} . \quad (5.21)$$

### Síla pro odtržení magnetů

Mějme dva dlouhé tyčové magnety, které se drží o sebe svými póly, viz obrázek. Plocha pólů je  $S$ , magnetická indukce v magnetech je  $\vec{B}$ . Protože normálové složky magnetické indukce jsou spojitě (viz (5.5)), je stejně velká indukce i v malé mezeře mezi magnety, pokud je od sebe odtrhujeme.



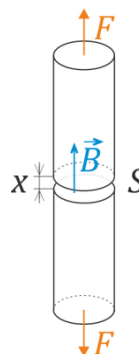
Uvažujeme přitom situaci, kdy magnety od sebe vzdalujeme jen o velmi malý kousek. V tom případě se zřejmě prakticky nezmění magnetické pole ani v magnetech, ani u jejich vzdálených pólů, ani v okolí magnetů. S jedinou výjimkou týkající se právě mezery mezi magnety.

V mezeře je magnetické pole o magnetické indukcí  $\vec{B}$ . Proto v ní má pole hustotu energie (5.21). Celková energie pole v mezeře o tloušťce  $x$  je tedy

$$W = w S x = \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot S \cdot x . \quad (5.22)$$

Tuto energii má nyní ovšem soustava magnety + magnetické pole navíc oproti situaci, kdy byly magnety těsně u sebe. Tuto dodatečnou energii jsme museli soustavě dodat – tím, že jsme magnety táhli silou  $F$  po dráze  $x$ .<sup>57</sup> Vykonáme přitom práci

$$W = F \cdot x . \quad (5.23)$$



Porovnáním (5.22) a (5.23) okamžitě dostáváme

$$F = \frac{B^2 S}{2\mu_0} . \quad (5.24)$$

Stejnou silou je držen dlouhý magnet u velké feromagnetické podložky.

Síla, kterou se drží magnety, může být značná. Například pro neodymové magnety lze brát zhruba  $B \doteq 1,2$  T. Pro magnet s plochou pólu  $1 \text{ cm}^2$  z (5.24) vychází síla asi 57 N; takový magnet tedy udrží závaží přes 5 kg.

A proč vlastně musí být magnety dlouhé? Nestačily „placaté“ magnety?<sup>58</sup>

Bohužel, nestačily. Názorně si to lze představit tak, že v plochem magnetu jsou „magnetická množství“ na severním a jižním pólu blízko sebe, a jejich účinek se tedy téměř vruší.<sup>59</sup> Ještě se na tento problém podíváme v Dodatku D.

<sup>57</sup> Můžeme si představit, že spodní magnet je držen nějakou pevnou podložkou, horní magnet táhneme silou  $F$  a konáme tak práci.

<sup>58</sup> Tedy magnety s malou výškou.

<sup>59</sup> Stejně jako v elektrostatice kladný a záporný náboj, když jsou blízko sebe, dají výrazně slabší výsledné pole, než když jsou dál od sebe.

## 5. 4 Paramagnetika, diamagnetika, feromagnetika

Ve většině látek, když je umístíme do magnetického pole s intenzitou  $H$ , nabývá magnetizace  $M$  jen malých hodnot (tedy  $M \ll H$ ). Říkáme, že jde o **látky slabě magnetické**. Většinou jde o látky **magneticky měkké**, v nichž magnetizace přímo úměrná magnetické intenzitě,  $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ .<sup>60</sup> Je tedy  $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ , kde  $\mu_r = 1 + \chi_m$ , přičemž relativní permeabilita  $\mu_r$  se příliš neliší od 1.

Existují dvě skupiny látek, které se v magnetickém poli chovají opačně:

- **Látky paramagnetické** (paramagnetika).  
Pro ně platí, že  $\chi_m > 0$ , takže relativní permeabilita je větší než 1,  $\mu_r > 1$ . Ale ne příliš větší; susceptibilita různých látek je řádu  $10^{-6}$  až  $10^{-3}$ .<sup>61</sup>  
Paramagnetika jsou vtahována do míst, kde je silnější magnetické pole.<sup>62</sup> Proto se paramagnetické látky slabě přitahují k magnetům.
- **Látky diamagnetické** (diamagnetika).  
U diamagnetik je  $\chi_m < 0$ , takže relativní permeabilita je menší než 1,  $\mu_r < 1$ . To znamená, že v diamagnetických látkách míří magnetizace  $\vec{M}$  **proti** směru magnetické intenzity  $\vec{H}$ .<sup>63</sup>  
Diamagnetika jsou *vytlačována* z míst silnějšího pole do míst, kde je pole slabší.<sup>64</sup> Proto se diamagnetické látky slabě odpuzují.  
Pomocí tohoto efektu se dá docílit magnetické levitace. Již více než před dvaceti lety byla tato diamagnetická levitace zpopularizována tím, že výzkumníci nechali kromě jiného levitovat malou živou žabku.<sup>65</sup> Levitace se ale dá demonstrovat i jednoduchým pokusem, který si můžete provést sami.<sup>66</sup>

Co je příčinou paramagnetismu a diamagnetismu látek – to už je výrazně mimo záběr tohoto textu. Vysvětlení se totiž musí opírat o kvantovou fyziku. Zde proto zůstáváme na úrovni fenomenologického popisu.

<sup>60</sup> V anizotropních látkách nemusí mít  $\vec{H}$  a  $\vec{M}$  stejný směr, v našich úvahách však dále předpokládáme, že jde o látky izotropní.

<sup>61</sup> Například pro vzduch se uvádí susceptibilita  $\chi_m \doteq 0,37 \cdot 10^{-7}$  (zřejmě za normálních podmínek), pro platinu je  $\chi_m \doteq 2,6 \cdot 10^{-4}$ . Hodnoty magnetické susceptibility resp. permeability se dají najít v tabulkách.

<sup>62</sup> To můžeme pochopit: Magnetické dipóly se v látkách natáčí do směru intenzity pole (sice jen trochu, ale přece), takže paramagnetická látka získává dipólový moment ve směru pole – a dipóly, které míří do směru pole, jsou taženy do míst silnějšího pole.

<sup>63</sup> Susceptibilita diamagnetik je (v absolutní hodnotě) také velmi malá. Například voda má  $\chi_m \doteq -8 \cdot 10^{-6}$ . Jednu z největších hodnot vykazuje bismut:  $\chi_m \doteq -1,66 \cdot 10^{-4}$ , ještě o něco vyšší pak pyrolytický grafit. Jako ideální diamagnetikum se chovají supravodiče – z nich je magnetické pole naprosto vytlačeno, takže lze říci, že fungují jako diamagnetikum s  $\chi_m = -1$  (čili  $\mu_r = 0$ ).

<sup>64</sup> Je to pochopitelné: energie dipólu v magnetickém poli je  $W = -\vec{m} \cdot \vec{B}$ , takže když  $\vec{m}$  má opačnou orientaci, než  $\vec{B}$ , je  $W = m \cdot B$  ( $m$  a  $B$  jsou velikosti daných vektorů), takže energie je menší tam, kde je menší  $B$  – a právě tam je tedy dipól tlačěn.

<sup>65</sup> Viz např. <https://www.ru.nl/hfml/research/levitation/diamagnetic-levitation/>. Žabka mohla levitovat díky tomu, že je v ní hodně vody, která je diamagnetická.

<sup>66</sup> Viz pokus <http://fyzikalnipokusy.cz/1877/levitujici-tuha---demonstrace-diamagnetismu> v elektronické sbírce fyzikálních pokusů KDF.

Kromě látek slabě magnetických známe samozřejmě **látky silně magnetické**. Jde zejména o

- **Látky feromagnetické** (feromagnetika).

Patří mezi ně železo, kobalt, nikl a různé slitiny. V těchto materiálech nejen že existují magnetické dipóly na úrovni atomů či molekul, ale formují se v nich malé oblasti, takzvané **magnetické domény**, v nichž jsou všechny dipóly spontánně orientovány jedním směrem. Účinkem vnějšího magnetického pole se posouvají hranice domén a případně se i stáčí magnetizace v doménách – a materiál se tam magnetizuje velmi silně.<sup>67</sup> Toto chování ovšem závisí na teplotě; nad tzv. **Curiovou teplotou** materiál feromagnetické vlastnosti ztrácí.<sup>68</sup>

Relativní permeabilita feromagnetických materiálů může dosahovat hodnot stovek až stovek tisíc (!). Ovšem uvádět jednu hodnotu  $\mu_r$  vlastně nejde, závislost  $B = B(H)$  je nelineární a navíc se do ní promítá i to, co se s materiálem dělo v minulosti. Hodnota magnetické indukce tedy nezávisí jen na tom, jaká je momentální hodnota magnetické intenzity  $H$ , ale i na tom, zda a jak byl materiál v minulosti zmagnetován.

Závislost  $B = B(H)$ <sup>69</sup> charakterizuje **hysterezní smyčka**. (Používá se také název *hysterezní křivka*.) Příklad ukazuje obrázek.

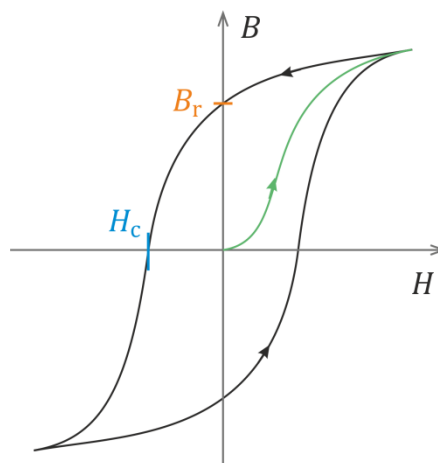
Jestliže začneme ze situace, kdy vnější pole je nulové a materiál není vůbec zmagnetován, jsme v počátku souřadnic ( $H = 0, B = 0$ ).<sup>70</sup> Při zvyšování magnetické intenzity  $H$  se magnetická indukce  $B$  v materiálu zvyšuje podle zelené křivky. (Mluví se o *prvotní magnetizaci*.)

Od určité úrovně  $H$  se však  $B$  už zvyšuje jen málo. Fakticky se v magnetické indukci  $B = \mu_0 H + P_r = \mu_0 (H + M)$  už téměř nezvyšuje magnetická polarizace  $P_r$ , resp. magnetizace  $M$ . (Používá se zde termín *nasycení*.) Když pak začneme  $H$  snižovat,  $B$  se nevrací podle zelené křivky, ale podle černé. I

když bude intenzita vnějšího magnetického pole nulová, zůstane v materiálu nenulová hodnota magnetické indukce  $B_r$ . Používá se pro ni název **remanence**.<sup>71</sup> Materiál je teď zmagnetován, získali jsme permanentní magnet.

Když nyní začne působit vnější magnetické pole v opačném směru (v grafu tedy  $H < 0$ ), hodnota  $B$  klesá, až při magnetické intenzitě hodnoty  $H_c$  (říká se jí *koercitivita*<sup>72</sup>) klesne k nule – materiál je odmagnetován.

Při dalším postupu po hysterezní smyčce materiál postupně dospěje do nasycení v opačném směru magnetické intenzity (bod vlevo dole na grafu). Při dalším zvyšování  $H$  pak indukce  $B$  roste po spodní části hysterezní smyčky.



<sup>67</sup> Vysvětlení feromagnetismu je také záležitostí kvantové fyziky a samozřejmě fyziky pevných látek

<sup>68</sup> Například pro čisté železo se uvádí Curiova teplota 770 °C.

<sup>69</sup> Často též pro závislost  $M=M(H)$ , viz dále.

<sup>70</sup> Důležitá poznámka: veličiny  $H$  a  $B$  na osách nejsou velikosti vektorů  $\vec{H}$  a  $\vec{B}$ , ale jejich složky (do směru, v němž můžeme měnit magnetickou intenzitu vnějšího pole). Proto mohou být  $H$  a  $B$  kladné i záporné.

<sup>71</sup> Jde o hodnotu magnetické indukce, její jednotkou je proto tesla (T). (Někdy se v této souvislosti lze setkat s názvem *zbytková magnetizace*, ale magnetizace  $M$  je v jiných jednotkách. Pojem „zbytková magnetizace“ se spíše hodí v případě, kdy se jako hysterezní smyčka uvádí závislost  $M$  na  $H$ .)

<sup>72</sup> Lze se setkat i s tvarem „koercivita“, ale správnější je zřejmě delší tvar.

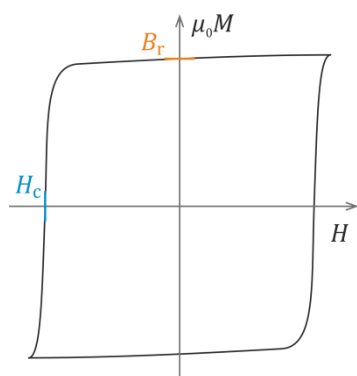
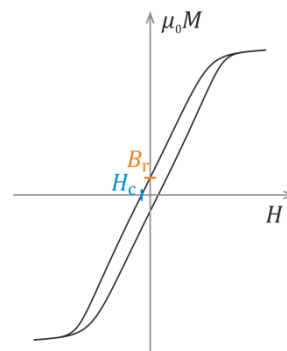
**Upozornění:** Často se jako hysterezní smyčka kreslí závislost magnetizace resp. magnetické polarizace na intenzitě magnetického pole, tedy  $M = M(H)$ , resp.  $P_r = P_r(H) = \mu_0 M(H)$ . Nasycení feromagnetika je pak vidět velmi výrazně, část hysterezní smyčky je téměř rovnoběžná s vodorovnou osou. Někdy se do grafu zakreslují jak závislost  $B = B(H)$ , tak  $P_r = \mu_0 M(H)$ . Můžeme se s tím setkat např. v dokumentaci výrobců permanentních magnetů.<sup>73</sup> Blíže viz Dodatek E.

Pro různé účely potřebujeme různé typy feromagnetických materiálů. Nejde jen o permeabilitu, ale také například o šířku hysterezní smyčky.

Například pro jádra transformátorů potřebujeme materiál, který je **magneticky měkký**; neměl by zůstat zmagetovaný. Jeho hysterezní smyčka by měla být co nejužší.<sup>74</sup>

Z obrázku je také vidět, že v tomto případě mají jak remanence, tak koercitivita malé hodnoty.

(Pozn.: V tomto a následujícím grafu zobrazujeme závislost magnetické polarizace na intenzitě.)



Naopak v případě **permanentních magnetů** potřebujeme, aby remanence  $B_r$  byla co největší – aby magnet byl „hodně silný“, tj. vytvářel silné magnetické pole. Navíc chceme, aby také koercitivita  $H_c$  byla co největší. (Schválně, proč asi?<sup>75</sup>)

Hysterezní smyčka materiálů pro permanentní magnety tedy musí být pokud možno co nejširší, jak to ukazuje obrázek vlevo.

Dodejme ještě několik konkrétních hodnot.

V případě feritových magnetů činí jejich remanence asi 0,2 až 0,4 T.<sup>76</sup>

Remanence neodymových magnetů<sup>77</sup> je větší, asi 1,2 až 1,3 T<sup>78</sup>, proto jsou výrazně silnější.

<sup>73</sup> Zdá se vám, že je v tom zbytečný zmatek a že by se pro hysterezní smyčku měl uzákonit jen jeden typ závislosti? Inu, historicky se to tak vyvinulo, v té dokumentaci různé typy křivek dávají užitečné informace, a výrobci magnetů kvůli nám nebudou užívané grafy měnit. Takže si můžeme říci spolu s klasikem, že s tím můžeme nesouhlasit, můžeme proti tomu protestovat, ale to je tak vše, co s tím můžeme dělat. © A je dobře vědět, co a jak se na těch grafech znázorňuje, abychom z nich vlastnosti použitých magnetických materiálů mohli vyčíst.

<sup>74</sup> Ještě se k tomu vrátíme, až se budeme seznamovat s transformátory.

<sup>75</sup> Inu, aby ho nešlo snadno přemagnetovat. (Už se vám stalo, že jste si silným magnetem nechtěně přemagnetovali kompas?)

<sup>76</sup> To znamená, že v mezeře mezi póly delších feritových magnetů bude mít magnetické pole právě takovou velikost magnetické indukce. (Viz též Dodatek D.)

<sup>77</sup> Jsou vyráběny ze slitiny železa, neodymu a bóru. Na povrchu vypadají krásně lesklé, ale to je jen niklový povlak. Vevnitř vypadají jako keramika a poměrně lehce se drojí. (Když se vám povede nějaký zlomit, uvidíte sami.)

<sup>78</sup> Hodnoty najdete v katalogích výrobců a dodavatelů.

---

A teď už jen pár stručných zvědavých otázek:

- Jak to vlastně funguje, když magnetem zmagnetováváte třeba špendlík?<sup>79</sup>
- A proč v blízkosti magnetu i dříve nezmagnetované hřebíčky<sup>80</sup> přitahují jiné hřebíčky? A když magnet vzdálíme, tak už nepřitahují.<sup>81</sup>

---

A ještě jednu drobnou otázku spíš formální:

- Pečlivý čtenář (neříkejme rovnou puntičkář) by mohl mít námitku k tomu, jak jsme zavedli a v grafech značili koercitivitu  $H_c$ , zejména když si někde v katalogu výrobce přečte, že daná hodnota je třeba  $\geq 1300$  kA/m. Co by asi tak mohl namítat?<sup>82</sup>

---

A to už je z této kapitoly (až na Dodatky) úplně všechno...

---

<sup>79</sup> Silnějším vnějším magnetickým polem dostáváte materiál špendlíku pokud možno až do stavu nasycení – když pak vnější pole zmizí, zbyde v něm remanence.

<sup>80</sup> Funguje to i s kancelářskými svorkami. (S těmi z plastické hmoty ovšem ne. ☺)

<sup>81</sup> Jsou z magneticky měkkého materiál, ve vnějším magnetickém poli se dočasně zmagnetují a fungují tedy jako magnet.

<sup>82</sup> V grafech máme koercitivitu  $H_c$  značenou na vodorovné ose vlevo od počátku, což by odpovídalo tomu, že její hodnota je záporná. Běžně se ovšem uvádějí kladné hodnoty. Správně bychom tedy v grafech měli psát  $-H_c$ , ovšem třeba v materiálech výrobců magnetů se to také často v grafech uvádí bez znaménka mínus. (Například v učebnici Sedlák, Štoll: *Elektřina a magnetismus* je to v grafu správně. Pokud tedy laskavého čtenáře na předchozích dvou stránkách uvedená znaménková nekonzistence obtěžuje, prosím, opravte si ji...)

## Shrnutí

### Veličiny popisující magnetické pole a jeho vlastnosti:

Magnetická indukce:  $\vec{B}$        $[B] = \text{T}$  (tesla),      vodorovná složka  $B_{\text{země}} \doteq 20 \mu\text{T}$  (v ČR)

Magnetický tok:  $\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$        $[\Phi] = \text{Wb}$  (weber) =  $\text{T} \cdot \text{m}^2$

Magnetické pole je **nezřídlové**:  $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \Leftrightarrow \text{div} B = 0$  (neexistence magnetických monopolů)

Magnetické indukční čáry jsou uzavřené křivky (nebo jdou do nekonečna).

Normálové složky magnetické indukce jsou na rozhraní spojitě.

Magnetická intenzita  $\vec{H}$ ,  $[H] = \text{A/m}$ . Ve vakuu  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ , permeabilita vakua  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m/A}$

Magnetizace  $\vec{M} = \vec{P}_m / \mu_0$ ,  $[M] = \text{A/m}$ ,      magnetická polarizace  $\vec{P}_m$ ,  $[P_m] = \text{T}$ ,

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{P}_m = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

v magneticky měkkém prostředí  $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ ,  $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$

$\mu_r$  relativní permeabilita,  $\mu = \mu_r \mu_0$  permeabilita,  $\chi_m$  magnetická susceptibilita prostředí

### Magnetické dipóly:

Ampérův moment  $\vec{m} = \vec{p}_m / \mu_0$ ;       $\vec{p}_m$  .. Coulombův magnetický dipólový moment (analogie el.dipól. momentu)

Energie dipólu v mag. poli:  $W = -\vec{m} \cdot \vec{B}$

Síla na dipól:  $\vec{F} = \text{grad}(\vec{m} \cdot \vec{B})$

Moment síly na dipól:  $\vec{M}_{\text{mech.}} = \vec{m} \times \vec{B}$

Pole elementárního magnetického dipólu: 
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{m}}{r^5}$$

### Energie magnetického pole:

Hustota energie:  $w = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$

### Síly mezi magnety:

Síla mezi elementárními magnetickými dipóly ubývá se vzdáleností jako  $1/r^4$ .      Síla pro odtržení magnetů:  $F = \frac{B^2 S}{2\mu_0}$

**Látky:** slabě magnetické: paramagnetické,  $\chi_m > 0$  (malé), diamagnetické  $\chi_m < 0$  (malé)

silně magnetické: např. feromagnetické: velká  $\mu_r$ , hysterezní smyčka, remanence

### Magnetické pole Země:

Vodorovná složka zemského magnetického pole u nás: asi 20  $\mu\text{T}$

(Svislá složka u nás: asi 45  $\mu\text{T}$ ; inklinace u nás: asi 66°.)

magnetické póly, geomagnetické póly,...

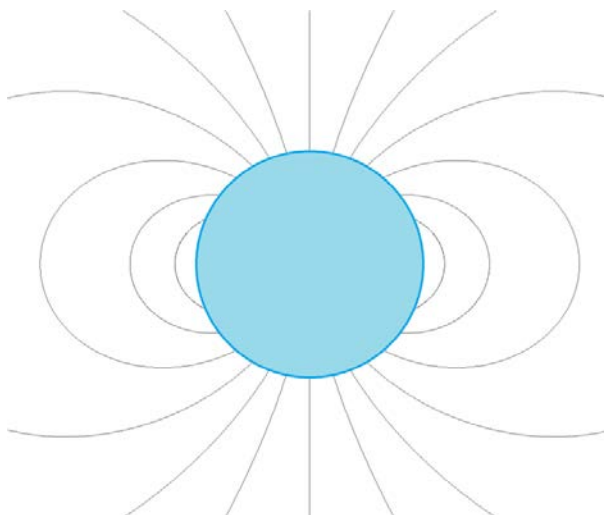


**Dodatek 5.A: Analogie mezi elektrostatikou a magnetostatikou**

elektrostatika	magnetostatika
$\vec{E}$ ... elektrická intenzita; $[E] = \text{V/m}$ ve statickém el. poli platí $\text{rot } \vec{E} = 0 \Leftrightarrow \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$	$\vec{H}$ ... magnetická intenzita; $[H] = \text{A/m}$ ve statickém mag. poli platí $\text{rot } \vec{H} = 0 \Leftrightarrow \oint_c \vec{H} \cdot d\vec{r} = 0$
$\vec{D}$ ... elektrická indukce; $[D] = \text{C/m}^2$ Obecně (nejen ve statickém případě) platí: $\text{div } \vec{D} = \rho_{\text{volný}} \Leftrightarrow \oint_c \vec{D} \cdot d\vec{r} = Q_{\text{volný uvnitř}}$	$\vec{B}$ ... magnetická indukce; $[B] = \text{T}$ (tesla) (základní veličina, již charakterizujeme mag. pole) Obecně platí (neexistence magnetických monopolů!): $\text{div } \vec{B} = 0 \Leftrightarrow \oint_c \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0$
$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ $\vec{P}$ ... elektrická polarizace (hustota elektrického dipólového momentu) $\epsilon_0$ ... permitivita vakua ( $\epsilon_0 \doteq 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ )	$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{P}_m = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$ $\vec{P}_m$ ... magnetická polarizace; $[P] = \text{T}$ ... pozor, moc se neuvádí! $\vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \vec{P}_m$ ... magnetizace; $[M] = \text{A/m}$ $\mu_0$ ... permeabilita vakua ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$ )
V elektricky měkkých (izotropních) dielektrikách: $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$ ; $\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$ $\epsilon_r = 1 + \chi$ ...relativní permitivita, $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ ...permitivita $\chi$ ... elektrická susceptibilita  V elektricky tvrdých látkách (elektretech): $\vec{P} \doteq \text{konst.}$	V magneticky měkkých (izotropních) látkách: $\vec{P}_m = \mu_0 \chi_m \vec{H}$ ; $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ ; $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$ $\mu_r = 1 + \chi_m$ ...relativní permeabilita, $\mu = \mu_r \mu_0$ ...permeabilita $\chi_m$ ... magnetická susceptibilita U feromagnetik je $B = B(H)$ nelineární a $B$ závisí na historii (hysterezní smyčka).  V magneticky tvrdých látkách (permanentních magnetech): $\vec{P}_m \doteq \text{konst.}$ , tj. $\vec{M} \doteq \text{konst.}$ (pokud není vnější pole moc silné)
V kousku elektricky polarizované látky (objemu $V$ ): $\vec{p} = \vec{P} V$ ... elektrický dipólový moment	V kousku magneticky polarizované látky (objemu $V$ ): $\vec{p}_m = \vec{P}_m V$ ... Coulombův magnetický dipólový moment $\vec{m} = \frac{\vec{p}_m}{\mu_0} = \vec{M} V$ ... Ampérův magnetický dipólový moment často jen: magnetický (dipólový) moment
Energie dipólu ve vnějším elektrickém poli: $W = -\vec{p} \cdot \vec{E}$	Energie dipólu ve vnějším magnetickém poli: $W = -\vec{p}_m \cdot \vec{H} = -\vec{m} \cdot \vec{B}$
Síla na dipól ve vnějším el. poli: $\vec{F} = \text{grad}(\vec{p} \cdot \vec{E})$	Síla na dipól ve vnějším mag. poli: $\vec{F} = \text{grad}(\vec{m} \cdot \vec{B})$
Moment síly na dipól ve vnějším el. poli: $\vec{M}_{\text{mech.}} = \vec{p} \times \vec{E}$	Moment síly na dipól ve vnějším mag. poli: $\vec{M}_{\text{mech.}} = \vec{p}_m \times \vec{H} = \vec{m} \times \vec{B}$
Hustota energie elektrostatického pole: $w = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$	Hustota energie statického magnetického pole: $w = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$
Síla mezi dvěma bodovými náboji: $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$ (Coulombův zákon)	Síla mezi dvěma („bodovými“) póly magnetu: $F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{Q_{m1} Q_{m2}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_{mA1} Q_{mA2}}{r^2}$ $Q_m$ ... „magnetické množství“ („Coulombovo“), $Q_{mA} = Q_m / \mu_0$ Pozor – nejde o „magnetické náboje“, které by šlo oddělit!
Síla na bodový elektrický náboj v el. poli: $\vec{F} = q \vec{E}$	Síla na („bodový“) pól magnetu v mag. poli: $\vec{F} = q_m \vec{H} = (q_m / \mu_0) \vec{B} = q_{mA} \vec{B}$

## Dodatek 5.B: Magnetické pole Země

Magnetické pole Země vypadá zhruba tak, jako by v ní byl velký magnet. Ovšem nesmíme si představovat tyčový magnet, jehož póly by končily na severním a na jižním pólu!<sup>83</sup> Magnetické pole vypadá spíše tak, jako by v jádře byl velký magnetický dipól. Tvar takového pole ukazuje obrázek vpravo. Rozumný tvar magnetických indukčních čar najdete také na obrázku v příslušném hesle na Wikipedii.<sup>84</sup>



Kam míří magnetická indukce  $\vec{B}$  zemského magnetického pole v místě, kde zrovna jste?<sup>85</sup>

Samozřejmě k severu, řeknete nejspíše, tam přece ukazuje střílka kompasu. Když mají lidé ukázat směr magnetického pole Země, většinou ukáží vodorovný nebo skoro vodorovný směr. Ovšem jak ukazuje obrázek indukčních čar, zemské magnetické pole má u nás výraznou svislou složku – míří tedy na sever, ale významně „do Země“. Vodorovná složka magnetického pole Země má v ČR hodnotu asi  $20 \mu\text{T}$ , svislá ale hodnotu asi  $45 \mu\text{T}$ <sup>86</sup>; směr magnetické indukce svírá s vodorovným směrem úhel asi  $66^\circ$  (!) – tento úhel se nazývá **magnetická inklinace**.

Tyto hodnoty si můžete sami ověřit měřením například pomocí smartphonu.<sup>87</sup> Pokud chcete zjistit hodnoty na jiném místě na Zemi, můžete užít například „kalkulátor magnetického pole“ na webu<sup>88</sup>. Umožňuje zjistit i odchylku magnetické indukce od severojižního směru, takzvanou **deklinaci**. (Například pro Prahu činí něco přes  $4^\circ$ .)

Jak je to s **magnetickými póly** Země?

Podle konvence označujeme za severní pól magnetu ten, kterým se magnet natočí k severnímu zeměpisnému pólu. To znamená, že na severu musí být *jižní* pól „magnetu Země“. Přesněji řečeno, že magnet uvnitř Země<sup>89</sup> míří svým jižním pólem přibližně směrem k severnímu zeměpisnému pólu.

Přesto se často magnetický pól ležící na severu označuje jako „severní magnetický pól“. A aby to bylo ještě trochu komplikovanější, u Země se rozlišují *magnetické póly* a *geomagnetické póly*.

<sup>83</sup> Takovou představu občas zřejmě lidé mají, soudě podle různých obrázků a náčrtků, které lze najít na internetu i jinde. Pokud uvidíte obrázek, kde se všechny indukční čáry sbíhají k pólům, tak to je špatně.

<sup>84</sup> Viz [https://cs.wikipedia.org/wiki/Magnetické\\_pole\\_Země](https://cs.wikipedia.org/wiki/Magnetické_pole_Země), jen ten magnet je tam nakreslen příliš velký.

<sup>85</sup> Míněno někde venku – pokud jste v ocelovém trezoru nebo v místnosti, kde je kolem v železobetonu spousta železa, bude pole samozřejmě výrazně ovlivněno vašim okolím.

<sup>86</sup> Celková velikost magnetické indukce je tedy u nás asi  $49 \mu\text{T}$ .

<sup>87</sup> Pro smartphony se systémem Android se k měření hodí například aplikace 3D Compass and Magnetometer nebo jedna z aplikací sady phyphox, vhodných aplikací je samozřejmě víc.

<sup>88</sup> Viz <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml#igrfwmm>. Hodnoty jsou počítány z geofyzikálních modelů zemského magnetického pole – samozřejmě výrazně složitějších a přesnějších, než je nejhrubší popis pomocí pole magnetického dipólu.

<sup>89</sup> Pozor, nepředstavujeme si ho jako nějaký permanentní magnet! Mechanismus, kterým ve vnějším jádře Země vzniká magnetické pole, geofyzici označují jako „zemské dynamo“ nebo „geodynamo“.

Takže pro informaci<sup>90</sup>:

- **Magnetické póly** Země jsou místa, kde magnetická indukce míří svisle.<sup>91</sup> Zemské magnetické póly nejsou samozřejmě na zeměpisných pólech a nejsou ani přesně proti sobě vůči středu Země.
- **Geomagnetické póly** Země jsou místa, kde osa zemského magnetického dipólu protíná povrch Země. Také nejsou na zeměpisných pólech – osa zemského magnetického dipólu je v současnosti vůči zemské ose skloněna asi o 10°.

Že se místa magnetických a geomagnetických pólů liší, můžeme vidět třeba na Wikipedii.<sup>92 93</sup> Navíc všechny tyto póly nezůstávají na jednom místě, ale „putují“, informace si můžeme snadno najít na webu.<sup>94</sup>

Díky paleomagnetickým měřením víme, že magnetické pole Země se v minulosti již mnohokrát překlátilo, uvádí se, že naposledy to bylo před asi 780 tisíci lety.<sup>95</sup>

Dodejme ještě, že ve větších vzdálenostech od Země její magnetické pole významně ovlivňuje a modifikuje *sluneční vítr*, tedy proud nabitých částic od Slunce.<sup>96</sup> Naopak magnetické pole Země brání slunečnímu větru, aby se jeho částice (a také řada částic kosmického záření) dostaly blízko Země a na její povrch.<sup>97</sup>

---

<sup>90</sup> Abychom se v tom vyznali, když se s těmito pojmy setkáme.

<sup>91</sup> Na jižním magnetickém pólu (tedy na tom, co je v Antarktidě) míří vzhůru, na severním magnetickém pólu dolů.

<sup>92</sup> Viz [https://en.wikipedia.org/wiki/North\\_Magnetic\\_Pole](https://en.wikipedia.org/wiki/North_Magnetic_Pole).

<sup>93</sup> A proč magnetické a geomagnetické póly nesplývají? Prostě proto, že magnetické pole Země ve skutečnosti není jen pole jednoho dipólu ve středu Země, ale je složitější.

<sup>94</sup> Viz např. <http://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/poles/polesexp.html>.

<sup>95</sup> Překlopení ovšem není okamžité, odhady uvádějí, že trvá nejméně stovky, spíše až tisíce let. I když se někdy uvádí, že Země v současnosti může směřovat k dalšímu překlopení pole, neznamená to, že by nám hrozilo vyhubení například díky kosmickému záření; periody vymírání živočišných druhů nekorelují s obdobími překlopení magnetického pole. (To jsme si oddechli, což? ☺)

<sup>96</sup> Zemská magnetosféra ve směru ke Slunci sahá do vzdálenosti asi 10 poloměrů Země.

<sup>97</sup> Ne že by ta ochrana byla stoprocentní, samozřejmě, to bychom na Zemi nemohli chytat spršky částic vznikajících ve vysokých vrstvách atmosféry právě nárazy částic kosmického záření, například v projektu Pierre Auger Observatory. Ale přece jen je nám tady pod „ochranným deštníkem“ zemského magnetického pole podstatně lépe, než by bylo mimo něj. (Například ochrana astronautů před slunečním větrem a kosmickým zářením bude při meziplanetárních výpravách, budování základen na Měsíci a podobných dobrodružstvích budoucnosti důležitým faktorem.)

## Dodatek 5.C: Analogie Coulombova zákona

Podobně, jako rozlišujeme Coulombův a Ampérův dipólový magnetický moment, můžeme rozlišovat také Coulombovo a Ampérovo „magnetické množství“. I když, jak jsme již upozornili, jde jen o formální analogii s elektrickým nábojem z elektrostatiky, umožní nám jednoduše napsat vztah pro sílu, kterou se ve vakuu přitahují nebo odpuzují konce dlouhých tyčových magnetů. Jde o analogii Coulombova zákona:

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{Q_{m1}Q_{m2}}{r^2}, \quad (5.25)$$

kde  $Q_{m1}$  a  $Q_{m2}$  jsou Coulombova magnetická množství na pólech daných magnetů a  $r$  je vzdálenost pólů.

Analogie s elektrostatikou nám poskytne i správný vztah pro sílu, kterou na pól magnetu působí vnější magnetické pole,

$$\vec{F} = Q_m \vec{H} \quad (5.26)$$

a vztah pro Coulombův magnetický dipólový moment magnetu délky  $d$ , na jehož pólech jsou (Coulombova) magnetická množství  $Q_m$  a  $-Q_m$ :

$$\vec{p}_m = Q_m \vec{d}. \quad (5.27)$$

Takže se vlastně nemusíme pamatovat žádné nové vztahy.

Můžeme ovšem ještě zavést „Ampérovo magnetické množství“  $Q_{mA} = Q_m / \mu_0$ ; vztahy (5.25) až (5.27) pak získají tvar:

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_{mA1}Q_{mA2}}{r^2}, \quad (5.28)$$

$$\vec{F} = Q_{mA} \vec{B} \quad (5.29)$$

$$\vec{m} = Q_{mA} \vec{d}. \quad (5.30)$$

## Dodatek 5.D: Když chcete silné magnetické pole...

Reakce na titulky by mohla znít „...tak jděte k profesionálům, pořídte si supravodivé magnety...“ – ale my bychom rádi věděli, jak získat co nejsilnější pole pomocí běžně dostupných magnetů.

Dobré rady by proto mohly znít:

- Použijte neodymové magnety. A vyberte si v katalogu výrobců či dodavatelů typy s co nejvyšší hodnotou remanence.
- Přiblížte k sobě opačné póly dlouhých magnetů. V mezeře mezi póly bude pole nejsilnější, jeho velikost bude dosahovat až hodnoty remanence daných magnetů.
- Nechcete-li požívat dlouhé magnety, uzavřete magnetický obvod.  
O magnetickém obvodu se zmíníme ještě v některé z dalších kapitol. Jeho výhodou je, že se magnetické pole jen málo dostává do prostoru mimo něj – což je výhodné, chcete-li po kapsách či v batohu nosit neodymové magnety a nepřemazat si třeba proužek na bankovní kartě. (Malé magnety lze mít „scvaknuté“ třeba mezi kovovými mincemi.)

Proč je potřeba mít dlouhé magnety nebo uzavřený magnetický obvod, to bude do tohoto textu časem dopsáno; zatím zde pro zájemce odkážeme na jiný příspěvek autora.<sup>98</sup>

---

<sup>98</sup> Viz [http://vnuf.cz/sbornik/prispevky/pdf/20-08-Dvorak\\_L.pdf](http://vnuf.cz/sbornik/prispevky/pdf/20-08-Dvorak_L.pdf). (Jde o příspěvek ve sborníku konference Veletrh nápadů učitelů fyziky, vysvětlení týkající se zde probírané problematiky je v druhé polovině příspěvku.)

## Dodatek 5.E: Hysterezní smyčka (a odmagnetování magnetů)

Jak už jsme uvedli výše v části 5.4, jako hysterezní smyčka (ev. hysterezní křivka) se uvádějí buď závislost magnetické indukce na intenzitě magnetického pole  $B = B(H)$ , nebo (častěji) závislost magnetizace  $M$  na intenzitě,  $M = M(H)$ .

V dokumentaci a na webech výrobců a dodavatelů permanentních magnetů se můžeme setkat s tím, že do grafu jsou vyneseny obě závislosti.

Příklad z jednoho firemního materiálu, který lze najít na webu, ukazuje obrázek.<sup>99</sup> Jde o obecné znázornění hysterezní křivky, ale jsou na něm dobře vidět oba typy křivky.

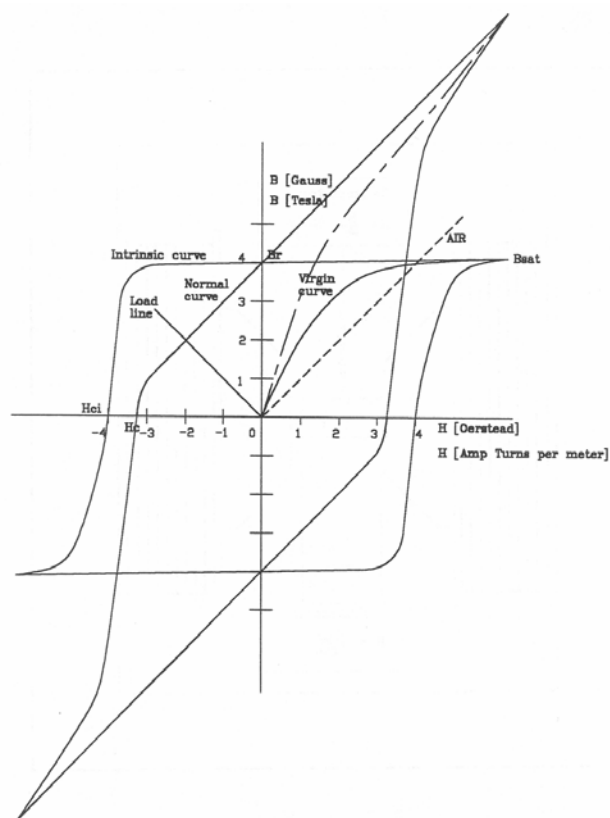
Křivka, která má části prakticky rovnoběžné s vodorovnou osou, je závislost magnetizace na  $H$ , tedy  $M = M(H)$ . Ovšem na svislé ose označena pouze magnetická indukce  $B$ . V grafu je tedy zjevně vynášena veličina  $\mu_0 M$ , tedy magnetická polarizace  $P_r$ . (Někdy se o ní mluví jako o „části magnetické indukce, která je dána samotným feromagnetikem“.)

Křivka, jejíž části poměrně strmě stoupají, je závislost  $B$  na  $H$ , tedy  $B = \mu_0 H + \mu_0 M(H)$ . Ta samozřejmě s rostoucím  $H$  stoupá, i když je  $M(H)$  konstantní.

Na označení os si můžeme všimnout, že jako jednotky indukce jsou uvedeny jak tesla, tak gauss. ( $1\text{T} = 10^4\text{G}$ ) Na vodorovné ose jsou pro magnetickou intenzitu uvedeny také starší jednotka oersted, tak jednotka SI A/m. ( $1\text{Oe} = 1000/4\pi\text{A/m} \doteq 80\text{A/m}$ ) Jednotka A/m je však pojmenována tak, jak se to někdy dělá v technické praxi, tedy „ampéřzávit na metr“.<sup>100</sup>

Výrobci magnetů většinou v dokumentaci k magnetickým materiálům uvádějí jen levý horní kvadrant grafu hysterezní křivky, tedy část grafu, kde je  $H \leq 0$  a  $B \geq 0$ . V takovém grafu lze dobře odečíst obě důležité veličiny: remanenci i koercitivitu.

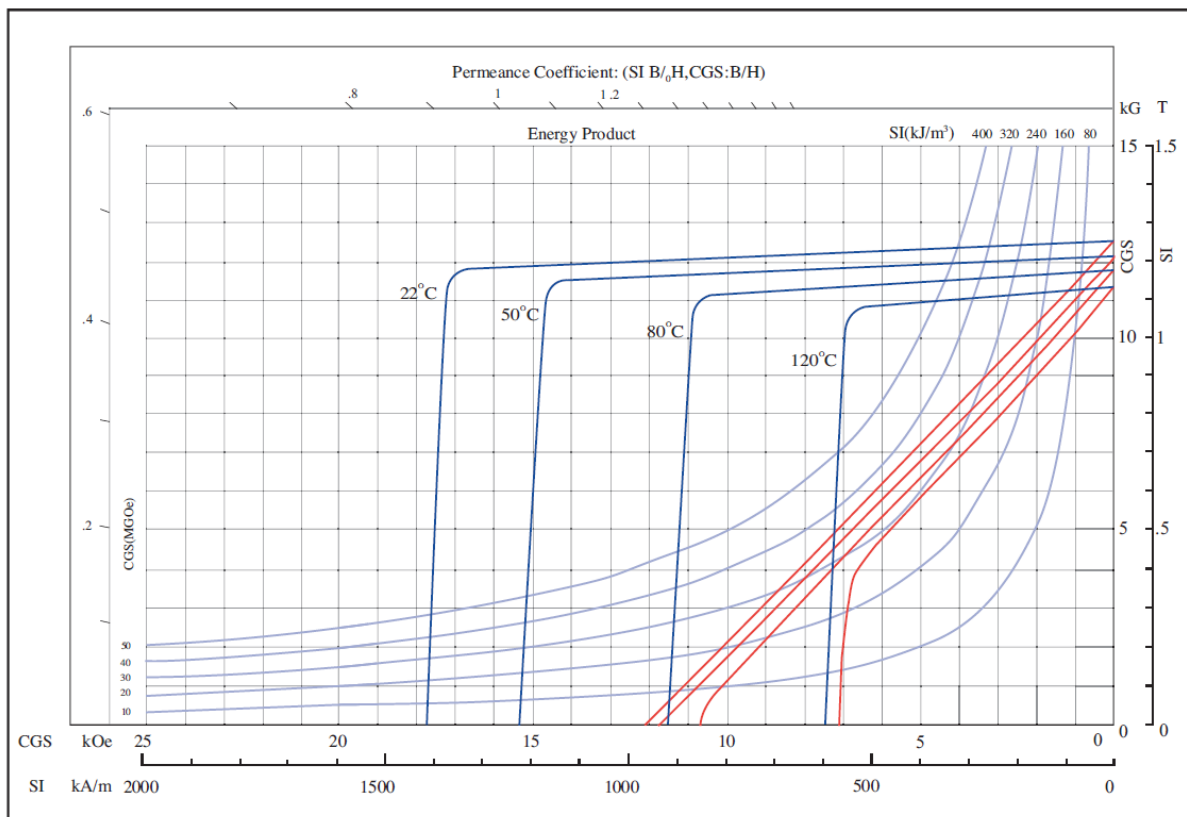
Příklad takového grafu ukazuje obrázek na následující straně.



<sup>99</sup> Převzato z materiálu Alliance LLC *Magnet Guide & Tutorial*, dostupném online na adrese [https://allianceorg.com/pdfs/Magnet\\_Tutorial\\_v85\\_1.pdf](https://allianceorg.com/pdfs/Magnet_Tutorial_v85_1.pdf), obrázek je uveden na s. 12.

<sup>100</sup> Význam tohoto pojmenování bude jasnější, až se seznámíme se vztahy pro magnetickou indukci pole buzeného cívkami, jimiž protéká proud.

Obrázek ukazuje část hysterezní křivky (levý horní kvadrant grafu) pro jeden konkrétní materiál pro výrobu neodymových magnetů.<sup>101</sup>



Modré křivky jsou křivky  $\mu_0 M(H)$ . Je jich víc pro různé teploty – je vidět, že vlastnosti feromagnetického materiálu výrazně závisí na teplotě.

Červené křivky jsou křivky  $B = B(H)$ . Pro  $H = 0$  dávají samozřejmě stejné hodnoty, jako modré křivky.<sup>102</sup>

Šedé křivky nejsou hysterezními smyčkami. Odpovídají konstantním hodnotám součinu  $B \cdot H$ , který (až na faktor  $\frac{1}{2}$ ) určuje hustotu energie magnetického pole.

Z grafů je vidět, že při normálních teplotách je koercivita přes 1000 kA/m. U feritových magnetů bývá koercivita zhruba 200 kA/m, tedy výrazně nižší.<sup>103</sup> Neodymové magnety mohou vytvořit ještě silnější pole – je tedy vidět, že neodymovými magnety můžeme, třeba nechtěně, přemagnetovat magnety feritové. (Takže pozor, nenechávejte feritové magnety pohromadě s neodymovými.)

<sup>101</sup> Obrázek byl v minulosti převzat z materiálu na webu společnosti Prysmag group. V době psaní tohoto dodatku jsou příslušné webové stránky ([www.prysmag.com](http://www.prysmag.com)) neaktivní. Obrázek je zde použit, protože pěkně ukazuje jak vlastnosti daného materiálu, tak oba typy hysterezních křivek a také starší i nové (SI) jednotky na osách.

<sup>102</sup> Měli byste umět odpovědět na otázku, proč je to samozřejmé. (Nápověda: vztah (5.8).)

<sup>103</sup> Viz třeba <http://www.neomag.cz/cz/katalog/feritove-magnety/> nebo údaje na webech jiných dodavatelů. (V tabulce na uvedeném webu jsou hodnoty koercivity pro různé materiály od asi 100 do asi 300 kA/m.)