Fyzikální obraz světa: úvod

Co si máme představit pod „fyzikálním obrazem světa“? V *Přehledu středoškolské fyziky* (E. Svoboda a kol., Prometheus, Praha, 1996) má název Fyzikální obraz světa celá závěrečná kapitola[1]. Píše se v ní:

> „Syntéza fyzikálních poznatků v určité etapě vývoje poznání, jejich zobecnění a systematizace se označuje jako **fyzikální obraz světa**.“

Dále se v dané kapitole uvádí, že v historickém vývoji fyziky dosud vznikly tři ucelené fyzikální obrazy světa[2]: • mechanický, •elektrodynamický a •kvantový. Mechanický se zakládá na poznatcích klasické (tedy newtonovské) mechaniky, elektrodynamický na poznatcích klasické elektrodynamiky a speciální teorie relativity a kvantový na poznatcích kvantové teorie.

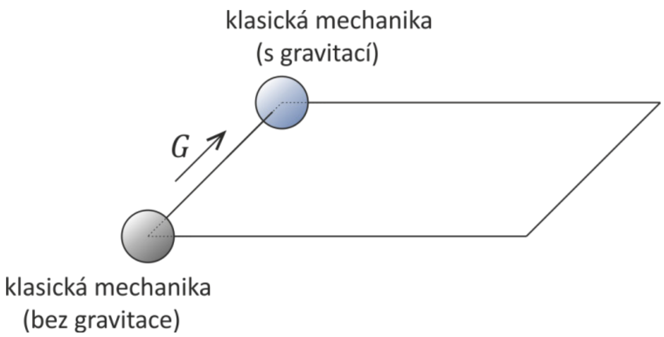
V zásadě s takovýmto vymezením můžeme souhlasit, byť bychom se třeba mohli ptát, kam zařadit třeba standardní model částicové fyziky[3] nebo obecnou teorii relativity[4]. Podívejme se proto raději na význačné resp. „velké“ teorie, kterými fyzikové popisují svět kolem nás, a zkusme ilustrovat jejich vzájemný vztah.

1.1 „Velké“ fyzikální teorie (pokus o názorný pohled)

První opravdu velkou fyzikální teorií byla samozřejmě **klasická**, tedy newtonovská **mechanika**. Pro následující ilustraci vztahu fyzikálních teorií je vhodné si ji představit rozdělenou na část teorie bez gravitace[5] a na úplnou teorii zahrnující i Newtonův gravitační zákon.

Znázorněme si obě tyto teorie jako malé kuličky a představme si je v rozích čtverce ležícího na stole, jak to ukazuje obrázek vpravo.[6]

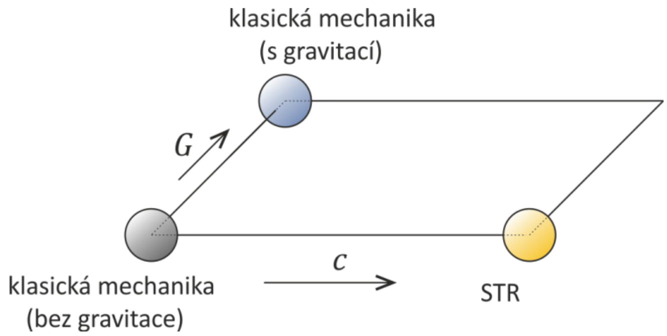
Přechod od části teorie bez gravitace k „plné“ newtonovské mechanice znázorňujeme šipkou, k níž píšeme symbol gravitační konstanty z Newtonova gravitačního zákona, tedy písmeno G.[7]



Klasická mechanika ovšem platí jen pro rychlosti malé v porovnání s rychlostí světla c. Pokud chceme správně popisovat pohyb objektů s rychlostmi srovnatelnými s c, musíme přejít k další z velkých teorií: ke **speciální teorii relativity**.

[1] Dlužno říci, že krátká, má necelých šest stránek.
[2] Jistě byste dokázali sami odhadnout, které tím autoři myslí.
[3] Pokud nechceme přidávat další „obrazy světa“, tak zjevně do kvantového; ten tím ovšem nabývá výrazně širší obsah.
[4] Protože nejde o kvantovou teorii, zjevně by nám nezbylo nic jiného, než přiřadit ji k elektrodynamickému obrazu, ale to už jeho název, přiznejme, moc nesedí.
[5] Velká část této teorie opravdu gravitaci nepotřebuje. I v beztížném stavu na Mezinárodní kosmické stanici samozřejmě klasická mechanika funguje a mohli byste tam provádět spoustu mechanických pokusů.
[6] Na semináři čtverec vytváříme ze špejlí, které zapichujeme do kuliček z plastelíny. Celý náš „model“ lze samozřejmě kritizovat jako hrubý až naivní, ale vzájemný vztah teorií nám umožní ukázat docela názorně.
[7] V českých středoškolských učebnicích bývá gravitační konstanta označována jako κ (kappa), ve světě se však pro ni prakticky všude používá symbol G, držíme se jej proto i tady.

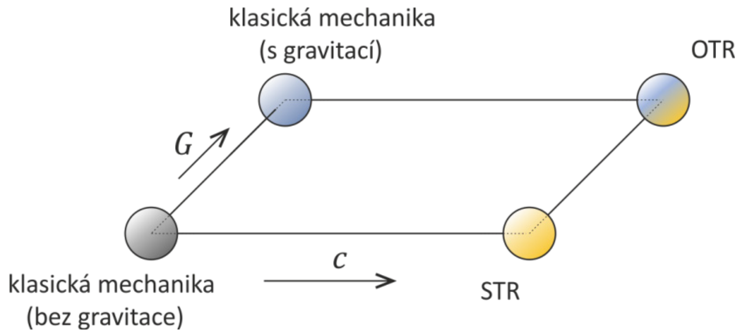
V našem modelu znázorníme speciální teorii relativity (STR) další kuličkou. Od klasické mechaniky (bez gravitace!) k ní přejdeme, když „zapojíme do hry“ rychlost světla c. (Přesněji řečeno, když poměr v/c nebude zanedbatelný, případně když se jeho hodnota bude blížit k 1.) V obrázku je tento přechod opět označen šipkou.



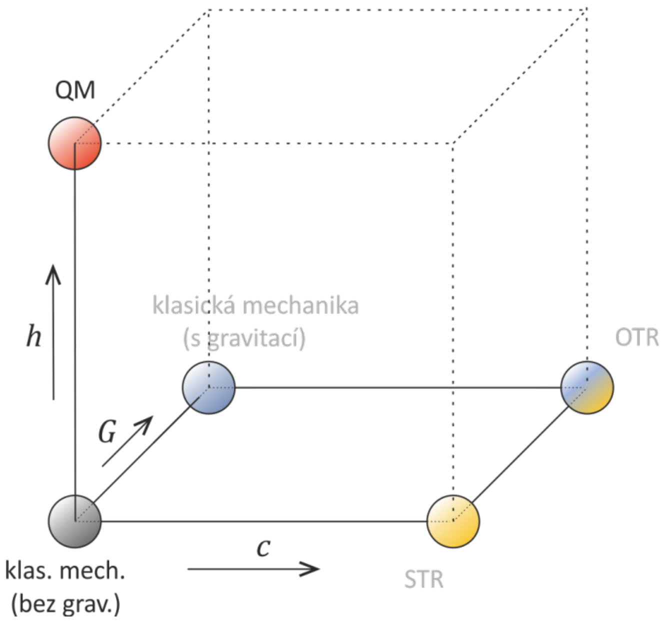
Speciální teorie relativity ovšem popisuje jen jevy, v nichž nehraje roli gravitace. Pokud ji potřebujeme popsat, musíme přejít k relativistické teorii gravitace, tedy k **obecné teorii relativity** (OTR).

V modelu má tato teorie své přirozené umístění: od speciální teorie relativity přejdeme k OTR tak, že „přidáme gravitaci“[8]

Šipku znázorňující „přidání G“ už ke spojnici STR a OTR nekreslíme, stačí, že je tento směr vyznačen vlevo.



Od klasické mechaniky samozřejmě můžeme přejít i k další z velkých teorií spadajících pod poněkud obecný a volně používaný název „moderní fyzika“: ke **kvantové mechanice**.



V našem ne příliš přesném vyjadřování můžeme říci, že ke kvantové mechanice dojdeme, když „zapojíme do hry“ Planckovu konstantu h.[9] Na našem názorném modelu umístíme kuličku reprezentující kvantovou mechaniku nad klasickou mechaniku bez gravitace, jak to ukazuje obrázek vlevo. (Označujeme ji přitom standardní zkratkou QM.)

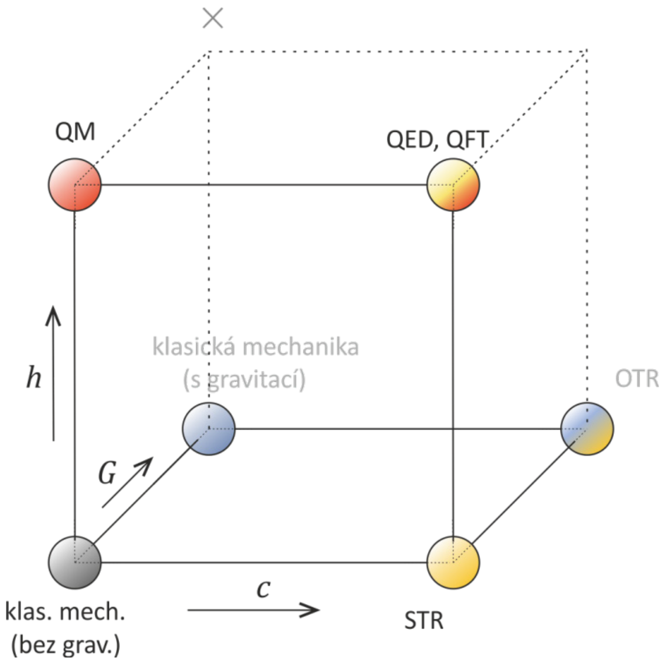
Nad klasickou mechaniku s gravitací žádnou teorii umístit nemůžeme; žádné kvantové zobecnění Newtonova gravitačního zákona nikdo neprováděl.[10]

---

[8] Jak to zní jednoduše! Einsteinovi to přitom trvalo řadu let… (Jestli ono to nebude tím, že vybudovat úplně novou teorii je přece jen „malinko“ složitější, než si hrát s kuličkami z plastelíny a se špejlemi. ☺)

[9] Trochu přesněji můžeme třeba konstatovat, že kvantové efekty jsou nepominutelné (tedy že zkoumané systémy musíme popisovat kvantově), když energie jsou srovnatelné třeba s hodnotami $h\nu$ nebo s rozdíly energetických hladin získaných z řešení Schrödingerovy rovnice.

[10] Z toho je vidět, že náš názorný model samozřejmě „má své mouchy“. Ostatně jsme asi těžko mohli očekávat, že nám hraní si s kuličkami a špejlemi poskytne nějaký jasnozřivý vhled do fyzikálních teorií. Opravdu to není tak, že bychom po vzoru Mendělejeva předpovídajícího nové prvky na základě prázdných míst ve své tabulce mohli vizionářsky věštit, že někdo objeví nějaké „kvantování Newtonova gravitačního zákona“ ☺ .



Co ovšem ***bylo*** provedeno, a ukázalo se velmi přínosné, bylo spojení kvantové mechaniky a speciální teorie relativity. Přes *relativistickou kvantovou mechaniku* [11] vedlo ke *kvantové elektrodynamice* (označovaná zkratkou QED) a obecněji ke **kvantové teorii pole** (QFT, z anglického quantum field theory).

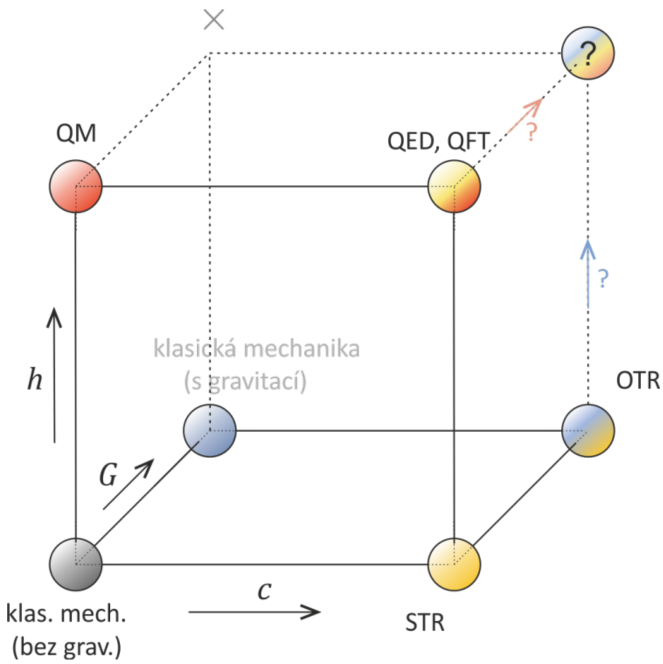
V naší krychli mají tyto teorie své přirozené místo nad speciální teorií relativity.

Myšlenky a aparát kvantové teorie pole používá i tzv. standardní model částicové fyziky. Elektromagnetická a slabá interakce byly sjednoceny do jediné elektroslabé interakce, silná interakce je popsána pomocí kvantové chromodynamiky (QCD). Můžeme konstatovat, že kvantová teorie pole je dnes základní, rozsáhle ověřovanou a úspěšnou teorií pro popis mikrosvěta.

Ve všem tom zobecňování a sjednocování chybí už jen krůček: sjednotit všechny interakce, tedy propojit kvantovou teorii s obecnou teorií relativity. To znamená vytvořit novou teorii, která by v sobě zahrnovala – coby „limitní případy“ – jak kvantovou teorii, tak obecnou relativitu.

Protože obecná relativita je relativistickou teorií gravitace, spojit ji s kvantovou teorií znamená vytvořit ***kvantovou teorie gravitace***. Obecné úvahy a odhady říkají, že takováto teorie nejspíš povede ke kvantování prostoru a času. Prostor a čas by pak nebyly spojité, tedy nešly by dělit donekonečna.

Jenže: navzdory mnoha desetiletím pokusů takovouto teorii zatím ještě nikdo nevytvořil. [12] Na její konkrétní podobu, výsledky a předpovědi si tedy ještě musíme počkat. [13]



[11] V níž místo Schrödingerovy máme například Diracovu nebo Kleinovu-Gordonovu rovnici.

[12] Tedy alespoň teorii úspěšnou, která by přesvědčila vědeckou komunitu a byla ověřována experimenty. Potíž může být nejen ve složitosti takové teorie, ale i v tom, že k testovatelným výsledkům může vést až při extrémně vysokých energiích, které na Zemi nebudeme ještě dlouho schopni získat.

[13] To, že v naší modelové krychli máme pro takovouto teorii pěkné místo v pravém horním rohu, nám samozřejmě o vlastnostech či důsledcích této teorie neřekne vůbec nic. ☺

Kýžená teorie sjednocující všechny čtyři základní fyzikální interakce (silnou, slabou, elektromagnetickou i gravitační) bývá někdy nazývána **finální teorií**, případně dokonce **teorií všeho**. Ovšem pozor, i pokud[14] k takové teorii dospějeme, bude to znamenat prostě to, že máme k dispozici základní rovnice či základní formalismus jednotně popisující všechny částice a jejich interakce. Nikoli to, že taková teorie sama popíše či předpoví třeba rozpouštění cukru v čaji, zemětřesení nebo imunitní odpověď organismu na útok chřipkového viru. Jistě, v principu je vše toto dáno interakcemi elementárních částic – ale dostat se od základních rovnic k popisu chování složitých objektů, to samozřejmě není vůbec jednoduché a přímočaré.[15]

Ve snaze dobrat se co nejzákladnějších rovnic popisujících chování látky a polí ve světě kolem nás a užívat je pro popis a předpovědi byla ovšem fyzika dosud až nečekaně úspěšná.[16] Přístup, který při tom uplatňovala, se dá dobře charakterizovat citátem Stevena Weinberga:

> „… ve fyzice doufáme, že se nám podaří najít pár jednoduchých obecných zákonů, které by mohly objasnit, proč je příroda taková, jaká je,…“.[17]

Tento přístup bývá označován jako **redukcionismus**. Mohli bychom říci, že jde o přesvědčení, že náš popis světa se dá vystihnout několika málo fundamentálními zákony či teoriemi (nebo snad dokonce teorií jedinou, tou „finální“) a že složitější jevy a systémy jsou důsledkem těchto fundamentálních zákonů. Tedy, že se na ně dají, v jistém smyslu „redukovat“.[18]

Jak již bylo naznačeno výše, redukcionismus byl a je ve fyzice velmi úspěšný. Bývá ovšem i kritizován[19] – možná však jde spíše o obranu proti tomu, aby nebyl považován za jediný správný a zcela samospasitelný přístup. [20]

Fyzika se proto přirozeně rozvíjí i poněkud opačným směrem: k popisu **složitých systémů**. (V naší modelové „krychli teorií“ bychom tedy potřebovali přidat další dimenzi, kterou by šlo označit jako rostoucí **komplexita**.[21]) A zmínit bychom mohli ještě jeden aspekt reality, který fyzika také propátrává: **chaotické systémy**. Ukázalo se totiž, že navzdory tomu, že pohybové rovnice umožňují teoreticky předpovídat chování systémů na libovolně dlouho dopředu, řada i jednoduchých systémů vykazuje chování, které lze popsat jako **deterministický chaos**. Takže i složité systémy a chaos patří k fyzikálnímu obrazu světa…

---

[14] Jsme-li v tomto směru optimističtější, pak místo „pokud dospějeme“ můžeme říci „až dospějeme“. ☺

[15] I když je jasné, že třeba reakce antigen-protilátka při imunologické odpovědi organismu (třeba na ten vir chřipky) probíhá díky interakcím molekul, které jsou dány elektromagnetickou interakcí kvantových objektů (tedy těch molekul, resp. jejich elektronových oblaků). Ale celkovou reakci organismu nikdo nepočítá pomocí rovnic kvantové elektrodynamiky…

[16] Srovnejte kvalitativní starověké a středověké představy třeba s tím, že dnes se hodnoty řady fyzikálních konstant proměřují s přesností na osm platných cifer. A přesnost se netýká jen hodnot veličin ale i aplikací. Asi největší přesnost byla dosažena u hodin: rekord u hodin v americkém NIST (National Institute of Standard and Technologies) je nepřesnost odpovídající jedné sekundě za 15 miliard let; viz https://www.nist.gov/news-events/news/2015/04/getting-better-all-time-jila-strontium-atomic-clock-sets-new-records.

[17] S. Weinberg: *Snění o finální teorii*. Český překlad Hynek, Praha, 1996. Výrok je uveden na s. 53 v kapitole „Dvakrát hurá redukcionismu“. S. Weinberg je nositelem Nobelovy ceny za fyziku z roku 1979, kterou získal s S.L.Glashowem a A.Salamem za teorii elektroslabé interakce. Za přečtení rozhodně stojí (kromě jeho „klasické“ populární knihy o kosmologii *První tři minuty*) i jeho sbírka esejů *Tváří v tvář*.

[18] Příkladem může být geometrická a vlnová optika – ta je důsledkem klasické elektrodynamiky, tedy vlastně Maxwellových rovnic. (A Maxwellovy rovnice lze odvodit z kvantové elektrodynamiky a tu zase z Weinbergovy-Salamovy teorie elektroslabých interakcí…)

[19] Příklady kritiky a polemiku s nimi lze nalézt ve výše zmíněné Weinbergově knize.

[20] Což je v pořádku, nikdo nebude počítat třeba astronomický dalekohled z rovnic pro elektroslabou interakci.

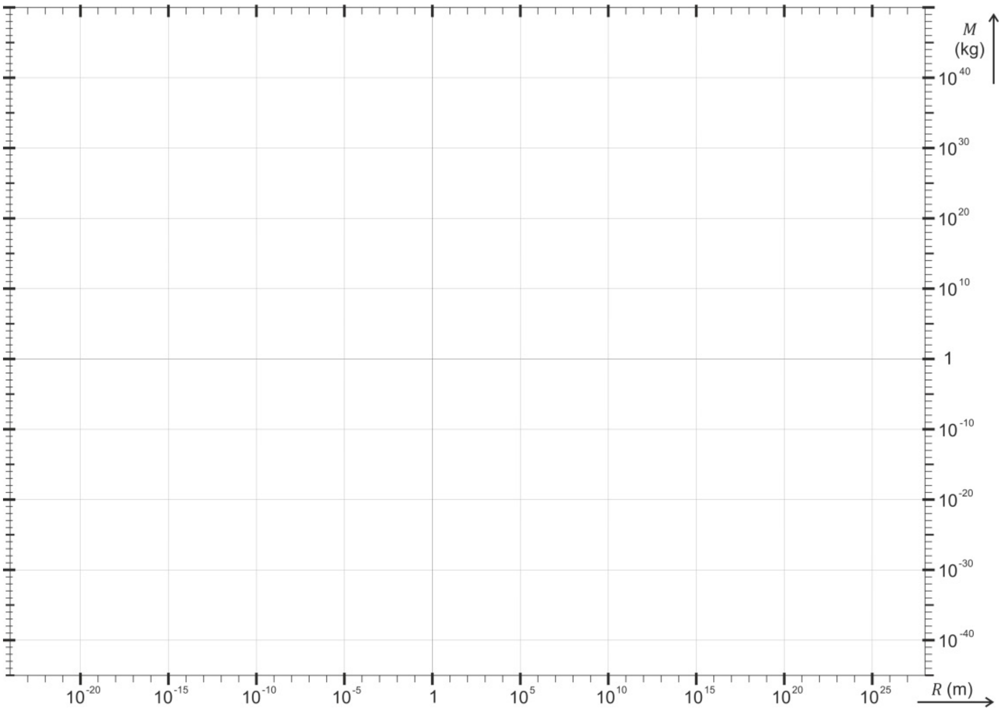
[21] Ovšem další dimenzi už názorně nevidíme a navíc bychom neměli dalších osm různých „kuliček teorií“, takže náš model už v tomto směru „napínat“ nebudeme.

1.2 Rozměry a hmotnosti objektů ve vesmíru

Objekty ve vesmíru nerozumíme jen planety, hvězdy a galaxie, ale cokoli, co na světě existuje – takže třeba i zrnka písku, bakterie, molekuly, atomy a elementární částice.

Přehledně si jejich rozměry a hmotnosti můžeme znázornit v grafu, kde na vodorovné ose je rozměr objektů R, na svislé pak jejich hmotnost M. Obě osy jsou v logaritmických škálách, takže do grafu můžeme zakreslovat objekty jak velmi malé, tak hodně velké; podobně je tomu pro hmotnosti.[22]

Možný rozsah hodnot R a M ukazuje obrázek níže. Zkusme do daného grafu zakreslovat některé věci. Začneme sami sebou.[23] Rozměr člověka je řádově jeden metr[24], hmotnost desítky kilogramů. Takže člověk nám vyjde přibližně do středu grafu.



Dál už můžete postupovat sami[25]: Zakreslete do grafu další objekty, třeba Zemi, Slunce a galaxie nebo naopak buňky, viry a atomy. Příslušné rozměry a hmotnosti zjistěte z internetu; některé hodnoty připomínáme o dvě stránky dál. Zkuste ale nejprve alespoň řádové hodnoty „vydolovat“ z paměti sami, přece jen je dobře mít o hodnotách vlastní, byť přibližnou představu.

Lépe se vám bude kreslit do většího grafu. Ten je uveden na následující stránce (s už zakresleným člověkem). Vytiskněte si ji a doplňujte do grafu objekty.

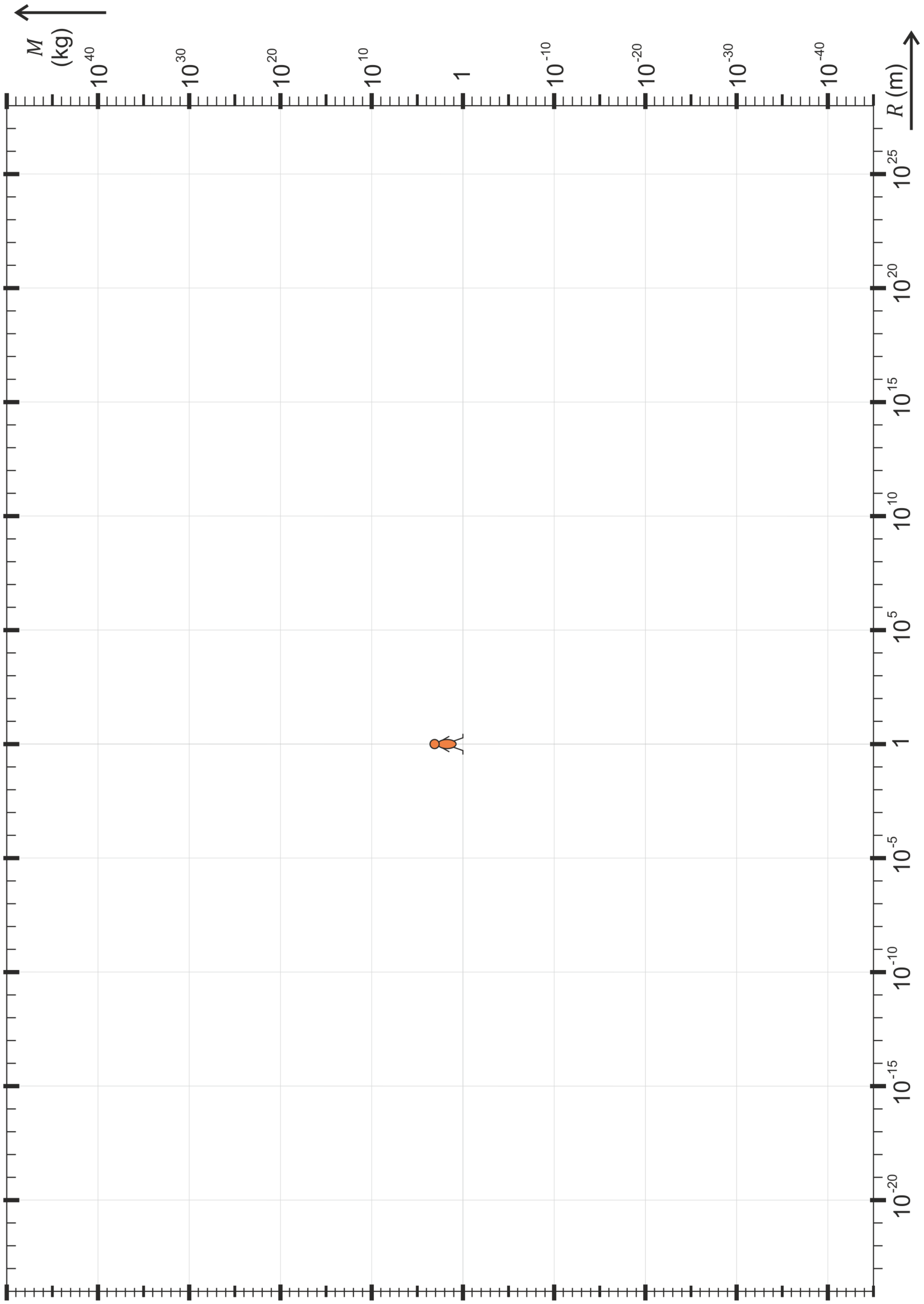
---

[22] Takovýto graf (z řadou zakreslených objektů) byl v sedmdesátých letech minulého století publikován v *Československém časopisu pro fyziku* – a i po desítkách let zůstává velice užitečnou pomůckou, jak rozměry a hmotnosti objektů přehledně znázornit. Proto jeho ideu použijeme i my.

[23] Ostatně, někdy se říká, že člověk je mírou všech věcí... (Teď mi Google našel, že autorem daného výroku byl řecký filosof Prótagorás z Abdér; na stránce ŽivotopisyOnline.cz je označován za nejvýznamnějšího ze sofistů. Ať tak či onak, rozměry a hmotnost měl Prótagorás zřejmě řádově stejné, jako máme my skoro o dva a půl tisíce let později. ☺)

[24] Na délku o něco víc, na šířku o něco méně, ale v tom, jak rozsáhlé škály graf postihuje, se tyhle rozdíly ztratí.

[25] Pokud učíte, může také jít o aktivitu pro vaše žáky.



Pozn.: Postavička člověka zabírá v grafu trochu více místa, než by jí příslušelo; typickému rozměru a hmotnosti člověka odpovídá zhruba její střed.

Řádové hodnoty některých rozměrů a hmotností objektů ve vesmíru

Nejprve větší objekty:

Cheopsova pyramida (též nazývaná Chufuova): 230 × 230 × 146 m; $6 \cdot 10^9$ kg [26]

Země: $6 \cdot 10^6$ m (6378 km; za rozměr lze vzít též průměr $1{,}3 \cdot 10^7$ m); $6 \cdot 10^{24}$ kg

Slunce: $7 \cdot 10^8$ m (průměr $1{,}4 \cdot 10^9$ m tedy něco přes milión km) , $2 \cdot 10^{30}$ kg

Hvězdokupy (kulové): desítky pc , obsahují stovky tisíc až milióny hvězd

Galaxie (Mléčná dráha): průměr disku cca 28 kpc; řádově 10^{42} kg (disk + halo)

Kupy galaxií: jednotky Mpc, hmotnosti až cca 10^{45} kg

Jednotky vzdálenosti užívané v astronomii:

1 AU $\doteq 1{,}496 \cdot 10^{11}$ m $\doteq 150 \cdot 10^6$ km (astronomická jednotka)
1 ly $\doteq 0{,}946 \cdot 10^{16}$ m $\doteq 10^{16}$ m (světelný rok)
1 pc $\doteq 3{,}086 \cdot 10^{16}$ m $\doteq 3 \cdot 10^{16}$ m (parsek)

A menší objekty:

Mravenec: několik mm, několik mg

Buňky: řádově 10 μm (bakterie: 1 až 10 μm, eukaryotní buňky: 10 až 100 μm) ;
hmotnosti zkuste odhadnout sami…

Viry: desítky nm (asi 20 až 300 nm, největší viry mají i víc); hmotnost opět odhadněte…

Atomy: řádově 10^{-10} m (Bohrův poloměr je asi $0{,}53 \cdot 10^{-10}$ m); 10^{-27} až 10^{-25} kg ($m = A \cdot m_u$)

Atomová jádra: řádově 10^{-15}m (až 10^{-14} m, $R \doteq r_0 \cdot A^{1/3}$, kde $r_0 \doteq 1{,}3\,\mathrm{fm}$)

Protony a neutrony: o něco méně než 1 fm; $m_p \doteq 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg , $m_n \doteq 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ kg

Elektrony: Comptonova vlnová délka elektronu je $\lambda_C \doteq 2{,}4 \times 10^{-12}\,\mathrm{m}$; ve formalismu kvantové elektrodynamiky se s elektronem pracuje jako s bodovou částicí; $m_e \doteq 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg $\doteq 10^{-30}$ kg

Některé užívané jednotky a konstanty:

1 Å $= 10^{-10}$ m (angström; starší jednotka)
1 fm = 10^{-15} m (femtometr; starší název: fermi [27])
$m_u \doteq 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg (atomová hmotnostní konstanta[28])
1 GeV/$c^2 \doteq 1{,}78 \cdot 10^{-27}$ kg [29]

Zkuste si objekty do grafu opravdu zakreslit sami, dříve než se podíváte na následující stránku.

---

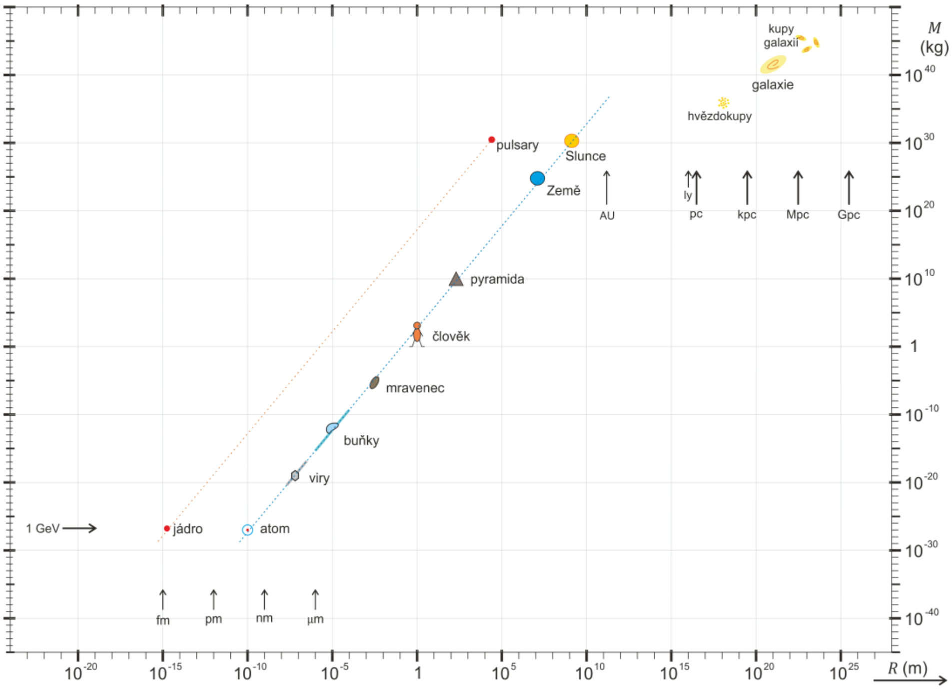
[26] Tohle se u zkoušky opravdu nechce zpaměti… ☺ (Na druhou stranu, že velké pyramidy mají přes sto metrů a že z tohoto údaje lze odhadnout jejich hmotnost, to by k výbavě učitele fyziky patřit mohlo. ☺)

[27] Podle italského fyzika Enrica Fermiho.

[28] Je to 1/12 hmotnosti nevázaného atomu uhlíku v základním stavu; určuje se experimentálně a je to fyzikální *konstanta* (podobně jako třeba náboj elektronu). Jak lze najít v literatuře, vedle toho existuje stejně velká „unifikovaná atomová hmotnostní jednotka“ nazývaná také „dalton“, a to není fyzikální konstanta ale *jednotka*. (Pokud vás to uklidní, tak na tomto u zkoušky opravdu nebudeme bazírovat… ☺)

[29] Částicoví fyzikové běžně udávají hmotnosti částic v gigaelektronvoltech (a ani přitom nezmiňují faktor c^2, protože jim je naprosto jasné, že se tam musí přidat).

Jak může vypadat vyplněný graf, ukazuje následující obrázek[30]:



Na první pohled je vidět zajímavá věc. Prakticky všechny „běžné objekty“ (člověk, pyramida, Země… a buňky, viry a atomy) jsou v grafu víceméně na jedné přímce. Proč je tomu tak?

Vysvětlení je jednoduché[31]. Hmotnost závisí na objemu objektu a jeho hustotě: $M = \rho \cdot V$. [32] Objem je ale úměrný třetí mocnině rozměru objektu: $V \sim R^3$. Pro jednoduchost můžeme brát přibližně $V = R^3$. [33] Odtud dostaneme $M = \rho \cdot R^3$. A když tento vztah zlogaritmujeme, dostaneme

$$\log M = \log\left(\rho \cdot R^3\right) = \log \rho + 3 \cdot \log R \quad . \tag{1}$$

Je-li hustota ρ stejná, pak závislost (1) dá v grafu přímku[34] se směrnicí 3. [35] Hustota živých organismů je prakticky rovna hustotě vody, takže není divu, že člověk, mravenec, buňky a viry se v grafu nacházejí na jedné přímce. Pyramida i Země mají několikrát vyšší hustotu než voda (pyramida cca

[30] Rozměry a hmotnosti některých objektů (atomu, jádra, pulsarů apod.) jsou v grafu znázorněny pro typický objekt. U jiných (buňky a viry) je naznačen rozsah možných hodnot. Které všechny objekty budete do grafu znázorňovat a zda u nich budete vyznačovat rozsahy hodnot, je jen na vás.

[31] Možná vás jeho základní myšlenka už napadla, když jsme výše vyzývali, abyste sami odhadli hmotnost buněk a virů.

[32] Pro „šťouraly“, kteří chtějí mít věci přesně: ρ je samozřejmě průměrná hustota.

[33] Nejen šťouralové mohou namítnout, že tohle je vztah pro objem krychle o hraně R a třeba vztah pro objem koule vypadá jinak. Jednak je v něm 4π/3, jednak R je poloměr koule. A vzorec pro objem pyramidy vypadá zase trochu jinak. Ovšem všechny tyto vzorce mají tvar $V = k \cdot R^3$, kde konstanta k je příliš neliší od 1 (rozhodně ne řádově). Navíc R je *charakteristický* rozměr daného objektu, například u pyramidy zřejmě něco mezi délkou základny a výškou. Vezmeme-li tedy $V = R^3$, nedopustíme se v určení objemu řádové chyby – a v našem grafu se zvětšení či zmenšení V (a tedy i M) projeví jen malým posunem.

[34] Přímku dá proto, že na obou osách máme logaritmickou stupnici. Pokud bychom například vzdálenosti bodů v grafu od levého okraje měřili pravítkem, budou tyto vzdálenosti úměrné log R příslušných objektů. Podobně je tomu na svislé ose.

[35] V našem grafu jsou ovšem jednotky na vodorovné a svislé ose různé, takže koeficient 3 není tangentou úhlu, který daná přímka svírá s vodorovnou osou.

2,6x, Země asi 5,5x), takže se díky tomu v grafu poněkud posunou nad přímku, která odpovídá hustotě vody, ale jde o posuv jen malý.[36] Průměrná hustota Slunce je asi 1,4x vyšší než hustota vody, takže i Slunce leží v grafu prakticky na stejné přímce jako ostatní „běžné“ objekty.

A proč zhruba na stejné přímce leží i atomy? I to se dá pochopit vcelku názorně. V molekule vody jsou atomy vodíku a kyslíku těsně u sebe a ani mezi molekulami vody (v kapalném stavu) nejsou žádná příliš velká prázdná místa. Z této úvahy vyplývá, že „průměrná hustota atomu“ se od hustoty vody nijak dramaticky neliší. Podobně je tomu také u ostatních kapalin i pevných látek.

Výrazně jinak je tomu u atomových jader. Jejich hustota je přibližně o 15 řádů (!) vyšší než hustota samotných atomů.[37] To si lze také zdůvodnit (a pamatovat) jednoduše: Charakteristický rozměr atomu je 10^{-10} m, rozměr jádra 10^{-15} m. Jádro je tedy o pět řádů (10^5krát) menší než atom. Objem jádra je tedy o patnáct řádů (10^{15}krát) menší než objem atomu. Jeho hustota je proto 10^{15}krát vyšší než hustota samotného atomu.[38]

Z grafu je vidět, že stejnou hustotu jako atomová jádra mají též pulsary. Není divu – jde o neutronové hvězdy, v nichž jsou neutrony a protony[39] „natlačeny na sebe“ stejně jako v atomovém jádře.

Do grafu můžeme vyznačit ještě další přímku. Bude odpovídat gravitačnímu kolapsu resp. „vnějšímu rozměru“ černých děr. Za něj můžeme vzít tzv. Schwarzschildův poloměr.[40] Ten závisí na hmotnosti černé díry podle vztahu

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} .$$ [41]

Odtud $M = \left(c^2/(2G)\right) R_S$ a po zlogaritmování

$$\log M = \log\left(\frac{c^2}{2G}\right) + \log R_S . \qquad (2)$$

V našem grafu tomu odpovídá přímka se směrnicí 1. [42] [43]

[36] O necelý jeden dílek na svislé škále. (U Země je tento posuv v grafu trochu vidět, ale opravdu není velký.)

[37] Je tedy řádu 10^{18} kg/m^3.

[38] Když tohle budete někomu zdůvodňovat, je vhodné připomenout, že hmotnost jádra je téměř stejná jako hmotnost celého atomu.

[39] V neutronové hvězdě nejsou jen samé neutrony, je tam i část (řádově 10%) protonů a samozřejmě stejné množství elektronů (aby byla látka neutronové hvězdy elektricky neutrální).

[40] Blíže se s ním seznámíme v kapitole Gravitace: Od starověku k OTR.

[41] Zde G je gravitační konstanta a c rychlost světla, takže $2G/c^2 \doteq 7,4 \cdot 10^{-28}$ m / kg .

[42] Přesněji řečeno, přímka by v grafu měla tuto směrnici, kdyby jednotky byly na obou osách stejně dlouhé.

[43] Pozorný čtenář by oproti vztahu (2) mohl namítat, že M, R_S a další veličiny nejsou bezrozměrné – a logaritmovat můžeme jen bezrozměrné veličiny. Vždyť co je to třeba logaritmus jednoho metru? To nedává smysl. (Obdobnou námitku jsme ovšem mohli vznést už výše u vztahu (1). Napadlo vás to?)
Námitka je to oprávněná. Nejjednodušší odpovědí je říci: Do vztahů (1) a (2) dosazujte prostě číselné hodnoty veličin v soustavě SI, bez jednotek.
Formálně správnější by bylo přepsat vztah pro závislost M na R_S do tvaru $M/1\,\mathrm{kg} = \left(c^2/(2G)\cdot 1\,\mathrm{m/kg}\right)\cdot\left(R_S/1\,\mathrm{m}\right)$ a ten pak logaritmovat. Výsledkem by byl vztah $\log\left(M/1\,\mathrm{kg}\right) = \log\left(c^2/(2G)\cdot 1\,\mathrm{m/kg}\right) + \log\left(R_S/1\,\mathrm{m}\right)$, v němž už logaritmujeme bezrozměrné veličiny. Podobně bychom postupovali u ostatních podobných vztahů.

Nakonec přidáme ještě jednu přímku. Tu, která odpovídá vztahu mezi energií a frekvencí fotonu: $E = h \cdot \nu$. Frekvence souvisí s vlnovou délkou, $\nu = c/\lambda$, a energie zase s hmotností, $E = mc^2$. Kombinace uvedených vztahů dá $m = h/(c\lambda)$. Když hmotnost označíme velkým M jako výše a za λ vezmeme charakteristický rozměr objektu R, dostaneme

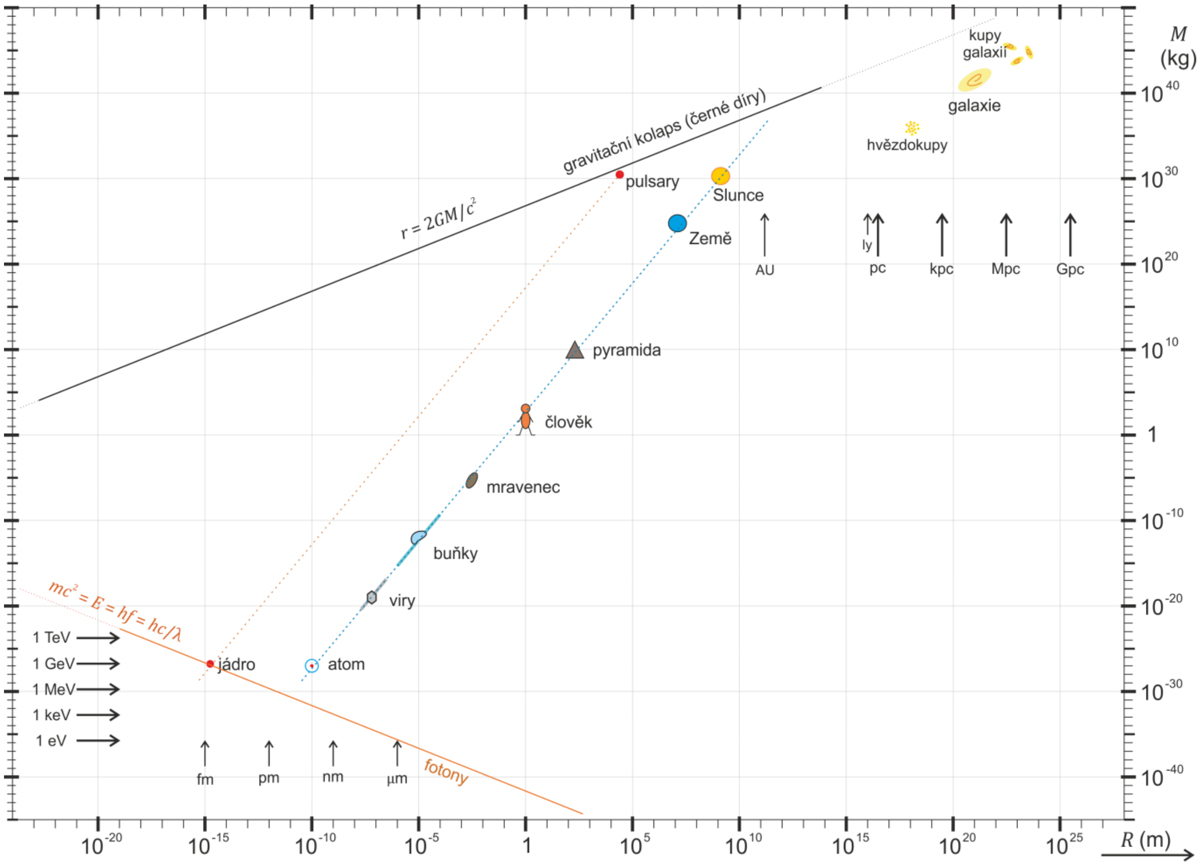
$$M = \frac{h/c}{R}$$

a po zlogaritmování

$$\log M = \log(h/c) - \log R \quad . \tag{3}$$

V grafu tato závislost dává přímku se směrnicí −1.

Výsledný graf toho ukazuje už docela dost:



Poznamenejme, že směrem k přímce vyznačující gravitační kolaps se dostáváme do domény obecné teorie relativity[44], směrem k přímce označené jako „fotony“ pak do domény kvantové teorie.[45]

---

[44] Vidíme, že pulsary jsou jí docela blízko; uvádí se, že efekty OTR v neutronových hvězdách dosahují velikosti řádově 10 %.

[45] Tam, kde se obě přímky protnou (již mimo meze našeho grafu), bychom potřebovali dosud neexistující teorii, která bude sjednocením obecné teorie relativity a kvantové teorie. Zkuste si sami odvodit, pro jakou délku R se přímky protnou. (Ignorujte přitom faktor 2 ve vztahu pro Schwarzschildův poloměr; řádově je nepodstatný.) Tato délka bývá nazývána *Planckova délka*: $l_{\rm Pl} = \sqrt{Gh/c^3}$. Řádově je rovna 10^{-35} m. Soudí se, že pod touto délkou už nelze prostor dělit na menší části; možná sám prostor již ztrácí na těchto délkových škálách smysl. (V tom případě by z budoucí sjednocující teorie mělo vyplynout, jak se na delších délkových škálách prostor „vynořuje“ z něčeho, co bude v dané teorii základnější.) Ovšem to už jsme na délkách o mnoho řádů kratších, než jsou nejkratší vzdálenosti, na nichž dnes fyzika věci experimentálně zkoumá.

V grafu jsou vyznačeny i energie odpovídající daným hmotnostem (podle vztahu $E = mc^2$). Z přímky odpovídající fotonům tak můžeme jednoduše vyčíst, jaké nejmenší délkové škály dnes může fyzika experimentálně zkoumat, když nejvyšší energie v urychlovačích jsou dnes jednotky TeV.[46] [47]Z grafu vidíme, že této energii odpovídá délka asi 10^{-19} m.

Z grafu ovšem vyčteme i informace týkající se situací, pro které nepotřebujeme velké urychlovače. Například vidíme, že energii 1 eV odpovídá vlnová délka asi 1 µm. Vlnovým délkám kolem 0,5 µm (kdy jde o viditelné světlo) pak odpovídá energie asi 2 eV. Tuto energii získá elektron, když projde potenciálovým rozdílem 2 V. A zhruba dva volty[48], to je právě napětí na svítivých diodách![49]

[46] V urychlovači LHC v CERNu bylo dosaženo energie protonů v každém ze vstřícných svazků 6,5 TeV, dohromady tedy 13 TeV.

[47] Můžete namítnout, že proton není foton, tak proč ho zmiňujeme u přímky odpovídající fotonům. Ovšem energie řádu TeV je více než tisíckrát větší než klidová energie protonu (ta je asi 1 GeV). Ve vztahu svazujícím energii s hybností proto můžeme zanedbat klidovou energii (a tedy i klidovou hmotnost) – čili pro dané vysokoenergetické protony platí $E \doteq c\,p$. Hybnost můžeme vyjádřit ze vztahu pro de Broglieho vlnovou délku ($\lambda = h/p$) jako $p = h/\lambda$, takže i pro zmíněné protony dostáváme $E \doteq hc/\lambda$, tedy stejný vztah jako pro fotony.

[48] Resp., podle barvy LED, napětí asi od 1,6 V do 3,5 V.

[49] A na infračervených LED vyzařujících záření s vlnovou délkou necelý 1 mikrometr je napětí opravdu asi 1 V.