

Cvičení 6 – Kmitání, vlny. Zaměřte se na příklad 1, 2, 4–7

1/ Výchylka kmitající částice je popsána vztahem $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$. Určete, zda se částice v čase $t = 0$ nachází v $-x_m$, v $+x_m$, v počátku, mezi $-x_m$ a 0, nebo mezi 0 a $+x_m$, jestliže ϕ je rovno (a) $\pi/2$, (b) $-\pi/3$, (c) $-3\pi/4$, (d) $3\pi/4$.

Rada: Nakreslete si cos od $-\pi$ do π .

2/ Závaží o hmotnosti 4,00 kg je zavěšeno na pružinu. Pružina se tím prodlouží o 16,0 cm vzhledem ke své nezatížené délce. (a) Jaká je tuhost pružiny? (b) Dané závaží odstraníme a na tutéž pružinu zavěšíme závaží o hmotnosti 0,500 kg. Poté pružinu ještě poněkud protáhneme a uvolníme. Jaká bude perioda vzniklých kmitů?

Rada: Z definice tuhosti pružiny a síly, kterou působí pružina oproti výchylce. Použijte vztah pro frekvenci kmitů na pružině.

3/ V reproduktoru se vytváří zvuk pomocí kmitající membrány. Předpokládejme, že u daného reproduktoru činí maximální možná amplituda kmitů 0,0010 mm. Určete obor frekvencí, při kterých převyšuje zrychlení membrány hodnotu g (tíhové zrychlení).

Rada: Zapište si, jak vypadá výchylka pomocí funkce sin. Jak vypadá rychlost? Jak zrychlení? Použijte derivaci. Nezapomeňte, že úhlová frekvence $\omega = 2\pi f$.

4/ Píst ve válcové hlavě parní lokomotivy má záběr (dvojnásobek amplitudy) 0,76 m. Pohyb pístu lze pokládat za harmonické kmitání s úhlovou frekvencí 180 otáček za minutu. Jaká je maximální rychlost pístu?

Rada: Opět zderivujte vztah pro výchylku harmonického pohybu. Jaké má funkce cos maximum?

5/ Jestliže zavěšíme na danou svislou pružinu závaží o hmotnosti 1,3 kg, pružina se protáhne o 9,6 cm. (a) Vypočítejte tuhost pružiny. Závaží přesuneme tahem o dalších 5,0 cm směrem dolů a uvolníme s nulovou počáteční rychlostí. Určete (b) periodu, (c) frekvenci a (d) amplitudu vzniklého kmitání. (e) Jaká je při kmitání maximální rychlost závaží?

Rada: Použijte rady výše.

6/ Demoliční koule o hmotnosti 2500 kg bývá na závěsném laně vedeném přes rameno jeřábu. Délka lana od vrcholu ramena ke kouli je 17 m. a) Určete periodu pohybu za předpokladu, že soustavu lze pokládat za matematické kyvadlo. b) Závisí perioda na hmotnosti koule?

Rada: Lehké.

7/ Daná vlna má rychlost 240 m/s a vlnovou délku 3,2 m. Jaká je a) frekvence vlny a b) perioda vlny.

Rada: Lehké.

8/ Rychlost elektromagnetické vlny ve vakuu je $3,0 \times 10^8$ m/s. a) Vlnové délky viditelného světla vyplňují interval zhruba od 400 nm (pro fialové světlo) do 700 nm (pro červené světlo). Určete obor frekvencí světelných vln. b) Vlny v oboru frekvencí od 1,5 MHz do 300 MHz jsou označovány jako krátkovlnné rádiové vlny (patří sem například frekvence rozhlasových FM stanic nebo frekvence televizního signálu VHF). Určete odpovídající obor vlnových délek. c) Také rentgenové paprsky jsou elektromagnetickými vlnami. Jejich vlnové délky leží v intervalu od $1,0 \times 10^{-2}$ nm do 5,0 nm. Jaký je odpovídající frekvenční obor?

Rada: Lehké.

9/ (a) Napište rovnici příčné postupné sinusové vlny, šířící se na vlákně ve směru $+x$, má-li tato vlna vlnovou délku 10 cm, frekvenci 400 Hz a amplitudu 2,0 cm. (b) Jaká je největší příčná rychlost částic vlákna? (c) Jaká je rychlost vlny.

Rada: Pro příklad (b) opět derivujte zápis pro výchylku vlny.

10/ Při napětí 120 N činí rychlost příčné vlny na struně 170 m/s. Na jakou hodnotu musíme změnit napětí, chceme-li zvýšit rychlost vlny na 180 m/s?

Rada: Vyjádřete si přímo poměr rychlostí, většina veličin se vykrátí.

11/ Struna délky 2,7 m a hmotnosti 260 g je napnuta silou 36,0 N. Ve struně postupuje příčná vlna s amplitudou 7,70 mm. Jaká musí být její frekvence, jestliže je přenášen střední výkon 85,0 W?

Rada: Střední výkon je $P = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v$, kde ρ je délková hustota struny, A amplituda, v rychlost vlny a ω úhlová frekvence vlny.