

**Cvičení 9** – Momenty setrvačnosti, 2.věta impulsová, gravitační pole, Keplerovy zákony.

Zaměřit se na příklady 4, 5, 6, 7, 8, 9

1/ Máme homogenní tenkou tyč délky  $L$  a hmotnosti  $m$ . Vypočítejte její moment setrvačnosti okolo osy otáčení kolmé k délce, která prochází bodem A. Bod A může ležet v libovolné vzdálenosti  $h$  od kraje tyče.

*Rada: V integrální definici momentu setrvačnosti si vyjádřete  $dm$  pomocí  $dV$  a délkové hustoty tyče. Pak zintegrujte, roznásobte a poodečítejte členy.*

2/ Máme dutý válec o hmotnosti  $m$ , jehož osa rotace souhlasí s osou symetrie. Mějme tento dutý válec s vnitřním poloměrem  $R_1$  a s vnějším poloměrem  $R_2$ . Určete jeho moment setrvačnosti.

*Rada: Podívejte se do*

*[http://mech.fd.cvut.cz/education/bachelor/18sat/download/zajic\\_momenty\\_setrvacnosti.pdf](http://mech.fd.cvut.cz/education/bachelor/18sat/download/zajic_momenty_setrvacnosti.pdf)*

3/ Plná koule o poloměru  $R$  a hmotnosti  $m$ , osa prochází středem symetrie. Určete její moment setrvačnosti.

*Rada: Podívejte se do*

*[http://mech.fd.cvut.cz/education/bachelor/18sat/download/zajic\\_momenty\\_setrvacnosti.pdf](http://mech.fd.cvut.cz/education/bachelor/18sat/download/zajic_momenty_setrvacnosti.pdf)*

4/ Najděte moment setrvačnosti tyče dlouhé 2 m, průměru 4 cm a hmotnosti 8 kg.

- (a) kolem osy kolmé k tyči a procházející jejím středem
- (b) kolem osy kolmé k tyče a procházející jedním koncem tyče
- (c) kolem podélné osy, procházející středem tyče.

*Rada: Tady není rady ani pomoci; využijte výsledky příkladů výše.*

5/ Muž stojí ve středu otáčejícího se stolku a v horizontálně napjatých pažích drží závaží. Každé závaží váží 5 kg. Muž se otáčí kolem vertikální osy s úhlovou rychlostí 1 otáčka za 2 sek. Naleznete jeho novou úhlovou rychlost, jestliže přepaží ruce se závažími. Moment setrvačnosti muže můžeme předpokládat konstantní a rovný 5,4 kgm<sup>2</sup>. Původní vzdálenost závaží od osy je 90 cm a jejich konečná vzdálenost je 15 cm. Necht' tření rotujícího stolku je zanedbatelné, žádné momenty nepůsobí okolo vertikální osy a točivost kolem osy je konstantní.

*Rada: Moment hybnosti systému se nezmění, tedy  $L = J\omega = \text{konst.}$ . Nejprve si spočítejte, jak se změní moment setrvačnosti  $J$ , poté dostanete nové  $\omega$ .*

6/ Jaká by byla délka dne, kdyby rychlost otáčení Země byla taková, že  $g = 0$  na rovníku?

*Rada: Abychom necítili žádnou tíži, musí se vyrovnat dvě síly na rotující Zemi. Poloměr Země je 6371 km.*

7/ V jaké výšce nad zemským povrchem má gravitační zrychlení velikost 4,6 ms<sup>-2</sup>?

*Rada: Použijte gravitační zákon.  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ , hmotnost Země je  $5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$ .*

8/ Typická hmotnost neutronové hvězdy je srovnatelná s hmotností Slunce, její poloměr je však pouze 10 km. (a) Jaké gravitační zrychlení je na povrchu takové hvězdy? (b) Jak rychle dopadne předmět, který spadne z výšky 1 m nad povrchem (zanedbejte rotaci hvězdy)?

*Rada: Gravitační zákon.*

9/ Průměrná vzdálenost Marsu od Slunce je 1,52 krát větší než vzdálenost Země od Slunce. Z Keplerova zákona o dobách oběhu planet spočítejte, kolik roků potřebuje Mars k jednomu oběhu kolem Slunce.

*Rada: Snadné.*

10/ Speciální trojhvězda se skládá ze dvou hvězd o hmotnostech  $m$ , které obíhají po stejné kruhové oběžné ráze o poloměru  $r$  okolo centrální hvězdy o hmotnosti  $M$ . Obě menší hvězdy jsou vždy na protilehlé straně oběžné dráhy. Odvoďte vztah pro periodu oběhu těchto hvězd.

*Rada: Jaká celková gravitační síla působí na jednu z malých hvězd? Srovnajte s její odstředivou silou.*